



EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



Tecnológico Nacional de México

Centro Interdisciplinario de Investigación y Docencia en Educación Técnica

Una Propuesta de Planeación Didáctica del Tema de Regresión Cuadrática bajo las Dimensiones de Formación Humanística

Tesina para obtener el grado de:
Especialista en Aprendizaje y Enseñanza de las Ciencias Básicas

Presenta:
José Rivera Camacho

Director de tesina:
Dr. Gustavo Arroyo Delgado

Santiago de Querétaro, Qro., México, (junio, 2025)

Oficio de Autorización de Aplicación.



Centro Interdisciplinario de Investigación y Docencia en Educación Técnica
Departamento de Posgrado

Santiago de Querétaro, Qro., **30/mayo/2025**
D.P. 286/2025

JOSÉ RIVERA CAMACHO
PRESENTE

Asunto: Autorización de publicación de Tesina

Por este medio, hago de su conocimiento que se autoriza la publicación de su trabajo de tesina denominado:

"Una propuesta de planeación didáctica del tema de regresión cuadrática bajo las dimensiones de formación humanística"

Que presenta para optar el grado de **Especialista en Aprendizaje y Enseñanza de las Ciencias Básicas**.

Esta autorización se emite conforme al dictamen que otorga el comité académico integrado por:

Gustavo Arroyo Delgado
José Ricardo Aguilera Terrats
Alfredo Morales Flores

Director de tesina
Integrante del Comité Tutorial
Integrante del Comité Tutorial

Este oficio de autorización de publicación tendrá vigencia hasta el 30 de junio de 2025.

Sin más por el momento, reciba un cordial y afectuoso saludo.

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica
Calidad para la calidad en la educación superior tecnológica
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
CENTRO INTERDISCIPLINARIO DE INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA EN EDUCACIÓN TÉCNICA

JOSÉ DEL CARMEN OROZCO SANTIAGO
JEFE DEL DEPARTAMENTO DE POSGRADO

ccp. Coordinación de la Especialización en Aprendizaje y Enseñanza de las Ciencias Básicas
Departamento de Servicios Escolares
Archivo
JCOS/agm



Av. Universidad 282, Centro, 76000, Santiago de Querétaro, Qro.
Tel. 442 216 3744, Ext. 410 y 411
E-mail: dep_ciidet@tecnm.mx www.ciidet.tecnm.mx



Agradecimientos

Les agradezco a mis profesores por compartirme sus conocimientos y apoyo, al Dr. Gustavo, Dr. Alberto, M.C. Raquel, Dr. José Ricardo, M.C. Issac y M.C. José Luis.

Resumen.

El gobierno de Porfirio Díaz, otorgó concesiones a la inversión extranjera por industrializar al país, principalmente en la exploración, extracción, distribución y comercialización del Petróleo. Las ganancias salieron del país y el proletariado continuaba abajo de la estructura empresarial.

En el Post-Porfiriato, a partir de 1934 surgen las ideas revolucionarias y la educación socialista durante el periodo de Lázaro Cárdenas, para concientizar a la juventud en la productividad colectiva; En 1936, Lázaro Cárdenas crea el Instituto Politécnico Nacional para capacitar, principalmente a personas de bajos recursos, para impulsar la industria. En 1938 nacionalizó la Industria petrolera y los ferrocarriles para propiciar el desarrollo del país. Entre 1940 a 1958, se industrializaba el país para sustituir las importaciones, fue conocido como el “Milagro Mexicano”. A partir de 1948, surgen los institutos tecnológicos para expandir formación de profesionales que benefician a la industria regional. Actualmente, sus operaciones educativas se han estado realizando en todo el país. Sus lineamientos institucionales se rigieron bajo artículo tercero de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos para brindar una formación integral.

La formación integral de profesionales consiste en la transformación de una persona social para el servicio de la sociedad. Por lo que su criterio, debe estar constituido por la ética, moral, experiencias, conocimientos, sentido estético, sociopolítico, emocional, afectivo y corporal; para que comuniquen la lógica de sus razones con reflexiones y/o análisis del espíritu de su ser, que da sentido a su responsabilidad comprometida al cambio continuo, para ir mejorando positivamente los intereses y/o necesidades, que es el motor que los motiva y los impulsa a compartir emociones sociales para lograr sus beneficios en un ambiente positivo, perseverante y emprendedor; todo ello, analizado a partir de las teorías educativas de las dimensiones de José Leonardo Rincón, teoría cognitiva del aprendizaje de Juan Ignacio Pozo y la taxonomía revisada de Bloom, con las que se conforman los tres ejes principales para la formación integral, que se irá realizando de manera progresiva y estratégica.

La tesina está organizada en seis capítulos. El capítulo uno trata sobre los lineamientos institucionales alineados con los gubernamentales para transformar a un ser humano de una educación integral para que pueda servir con criterio y responsabilidad a la sociedad para alcanzar su desarrollo económico. El dos trata sobre el marco teórico didáctico en el estudiante

obtiene el aprendizaje verbal bajo los conceptos de las dimensiones de José Leonardo Rincón, Juan Ignacio Pozo y Taxonomía revisada de Bloom por Solano. El tres trata sobre el marco teórico disciplinar para utilizar en el proceso iterativo del algoritmo para ajustar la curva, el método de: mínimos cuadrados, eliminación reductiva de Gauss – Jordan y coeficiente de determinación. El cuatro propone la utilización de la Taxonomía revisada de Bloom por Solano para estructurar estratégicamente el avance del desarrollo cognitivo y disciplinar de las dimensiones de Rincón junto a otras más como la teoría de aprendizaje de Pozo, dentro del esquema de los niveles cognitivos de la Taxonomía revisada de Bloom por Solano. El cinco trata de la instrumentación didáctica de la clase del ajuste de curvas por regresión lineal para que el estudiante desempeñe sus actividades cognitivas de manera progresiva, eficiente y eficaz, en acuerdos colaborativos de su equipo de trabajo.

Abstract

The Porfirio Díaz government granted concessions to foreign investment to industrialize the country, primarily in the exploration, extraction, distribution, and marketing of oil. Profits fled the country, and the proletariat remained at the bottom of the business structure.

In the post-Porfiriato era, revolutionary ideas and socialist education emerged during the Lázaro Cárdenas administration in 1934 to raise awareness among youth about collective productivity. In 1936, Lázaro Cárdenas created the National Polytechnic Institute to train, primarily low-income individuals, to boost industry. In 1938, he nationalized the oil industry and railroads to foster national development. Between 1940 and 1958, the country was industrialized to replace imports, becoming known as the "Mexican Miracle." Starting in 1948, technological institutes emerged to expand professional training that would benefit regional industry. Currently, its educational operations are being carried out throughout the country. Its institutional guidelines are governed by Article 3 of the Political Constitution of the United Mexican States to provide comprehensive training.

The comprehensive training of professionals consists of the transformation of a social person for the service of society. Therefore, their criteria must be comprised of ethics, morals, experiences, knowledge, aesthetic, sociopolitical, emotional, affective, and physical senses; this enables them to communicate the logic of their reasons with reflections and/or analysis of the spirit of their being, which gives meaning to their responsibility committed to continuous change, to positively improve the interests and/or needs that motivate them and drive them to share social emotions to achieve their benefits in a positive, persevering, and entrepreneurial environment. All of this, analyzed from the educational theories of the dimensions of José Leonardo Rincón, cognitive theory of learning of Juan Ignacio Pozo and the revised taxonomy of Bloom, with which the three main axes for comprehensive training are formed, which will be carried out in a progressive and strategic manner.

The dissertation is organized into six chapters. Chapter one discusses institutional guidelines aligned with governmental ones to transform a human being through a comprehensive education so that they can serve society with judgment and responsibility to achieve economic development. Chapter two discusses the didactic theoretical framework in which students acquire verbal learning

under the concepts of the dimensions of José Leonardo Rincón, Juan Ignacio Pozo, and Solano's revised Bloom's Taxonomy. Chapter three discusses the disciplinary theoretical framework to use in the iterative process of the algorithm to fit the curve, the methods of least squares, Gauss-Jordan reductive elimination, and the coefficient of determination. Chapter four proposes the use of Solano's revised Bloom's Taxonomy to strategically structure the advancement of cognitive and disciplinary development of Rincón's dimensions, along with others such as Pozo's learning theory, within the framework of the cognitive levels of Solano's revised Bloom's Taxonomy. Section five deals with the didactic instrumentation of the linear regression curve fitting class so that the student can perform his or her cognitive activities in a progressive, efficient, and effective manner, in collaborative agreements with his or her work team.

Índice General

OFICIO DE AUTORIZACIÓN DE APLICACIÓN	2
AGRADECIMIENTOS	3
RESUMEN	4
ABSTRACT	6
1.- INTRODUCCIÓN	13
1.1 DESCRIPCIÓN DE LA PROBLEMÁTICA	14
1.1.1 Breve historia de la creación de los tecnológicos.....	22
1.1.2 La Misión y visión del TecNM.	24
1.1.3 El Instituto Tecnológico de San Juan del Río su misión y visión está alineada a los mismos horizontes educativos.	25
1.1.4 Tabla de empresas e industrias, de las más importantes de San Juan del Río.....	28
1.1.5 La perspectiva educativa de los tecnológicos fundamentada en la carta magna.....	31
1.1.6 El análisis para definir la problemática	32
1.2 OBJETIVO GENERAL.....	34
1.2.1 Objetivos específicos:	34
1.3 JUSTIFICACIÓN.....	35
1.4 ORGANIZACIÓN DE LA TESINA.	37
2.- MARCO TEÓRICO DIDÁCTICO.....	38
2.1 IMPORTANCIA	40
2.2 AMBIENTE POSITIVO Y DE ACEPTACIÓN	40
2.2.1 Aprendizaje conductual (sucesos)	40
2.2.2 Aprendizaje procedimental (estrategias)	41
2.2.3 Aprendizaje conductual (sucesos)	42
2.2.4 Aprendizaje verbal (hechos y datos)	42

2.2.5 Formación Integral del Estudiante	42
2.2.6 Dimensiones de formación integral.....	42
2.2.7 Dimensiones para formar una persona integral.	43
2.3 SERVICIO PROFESIONAL PARA EL MEJORAMIENTO CONTINUO DE LA SOCIEDAD Y AL MEDIO AMBIENTE.....	54
2.4 COROLARIO	55
3.- MARCO TEÓRICO DISCIPLINAR.....	57
3.1 PROPÓSITO DE LA MATERIA DE MÉTODOS NUMÉRICOS	58
3.1.1 Temario de la materia de métodos numéricos.....	59
3.2 AJUSTE DE CURVAS MEDIANTE LOS MÉTODOS: MÍNIMOS CUADRADOS Y GAUSS-JORDAN.	60
3.2.1 Método de mínimos cuadrados.....	60
3.2.1.1 El error ϵ	60
3.2.1.2 El ajuste del error ϵ	61
3.2.1.3 Procedimiento de cálculo para la matriz aumentada para la $\hat{y}_i$ estimada:	61
3.2.2 Método de Gauss Jordan.....	65
3.2.3 Cálculo del coeficiente de determinación.....	66
4.- PROPUESTA DIDÁCTICA	69
4.1 TAXONOMÍA REVISADA DE BLOOM EN DIMENSIONES.....	70
4.2 RECOLECCIÓN DE DATOS OBSERVADOS.	73
4.3 REGISTRAR EL VALOR DE LOS ELEMENTOS DE LA MATRIZ AUMENTADA.....	76
4.4 CÁLCULO DE LOS COEFICIENTES DE LA FÓRMULA POR EL MÉTODO DE GAUSS JORDAN.	78
4.5 CÁLCULO DEL COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN.	81
4.6 DESARROLLAR EL PSEUDOCÓDIGO DE LA REGRESIÓN POR MÍNIMOS CUADRADOS Y GAUSS – JORDAN	83
4.6.1 codificación en Python.	86
4.6.2 Inicia la corrida del algoritmo	88
4.7 COROLARIO	90
5.- IMPLEMENTACIÓN DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA.....	91
6.- CONCLUSIONES.....	94
7.- REFERENCIAS	95

Índice de figuras.

FIGURA 1.- LOS PRIMEROS TECNOLÓGICOS.....	22
FIGURA 2.- TECNOLÓGICO SAN JUAN DEL RÍO.....	24
FIGURA 3.- PANORÁMICA DE SAN JUAN DEL RÍO.....	25
FIGURA 4.- INDUSTRIAS QUE FORTALECEN LA ECONOMÍA DE SAN JUAN DEL RÍO, QRO.....	27
FIGURA 5.- DIAGRAMA DEL CONTENIDO GENERAL DEL MARCO TEÓRICO DIDÁCTICO	31
FIGURA 6.- EL ERROR ENTRE EL VALOR CALCULADO Y EL VALOR OBSERVADO	39
FIGURA 7.- EL ERROR ENTRE EL VALOR CALCULADO Y EL VALOR OBSERVADO	60
FIGURA 8.- AJUSTE CON EL ERROR MÍNIMO.	61
FIGURA 10.- OBTENCIÓN DE LOS PUNTOS DE LA TRAYECTORIA CURVA DE LA PARÁBOLA DE LA PELOTA.	74
FIGURA 11.- GRÁFICA DE LOS PUNTOS DE LA CURVA PARABÓLICA EN EXCEL.....	75
FIGURA 12.- AJUSTE DE LOS PUNTOS OBSERVADOS DE LA CURVA PARABÓLICA.....	81
FIGURA 13.- CURVA AJUSTADA DEL TIRO PARABÓLICO.....	89

Índice de Tablas.

TABLA 1.- CARRERAS Y MAESTRÍAS DEL ITSJR	27
TABLA 3- TAXONOMÍA REVISADA DE BLOOM	48
TABLA 5.- MATRIZ AUMENTADA	65
TABLA 6- COMPETENCIA ESPECÍFICA DEL TEMA V.	70
TABLA 7.- TAXONOMÍA REVISADA DE BLOOM (SOLANO ET AL, 2022)	73
TABLA 8.- PUNTOS IMPORTADOS DE LA CURVA PARABÓLICA DEL TRACKER AL EXCEL.....	75
TABLA 9.- CÁLCULOS DE LOS ELEMENTOS DE LA MATRIZ AUMENTADA	76
TABLA 13.- SEGUNDA ITERACIÓN (GAUSS-JORDAN).....	79
TABLA 14.-TERCERA ITERACIÓN (GAUSS-JORDAN)	80
TABLA 15.- CALCULO COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN	82
TABLA 16.- INSTRUMENTACIÓN DIDÁCTICA TEMA V (REGRESIÓN CLÁSICA)	93

1.- Introducción

En la medida que escuchaba a mis profesores me di cuenta que estamos transformando seres humanos sociales. Por lo tanto, la función de cada persona es servir a la sociedad.

Quiero lograr que el alumno, al final del curso, esté satisfecho por obtener los conocimientos útiles para servir a la sociedad.

Para lograr este fin, ¿cómo debo enseñar al alumno para motivarlo en su capacidad de aprender de forma autónoma?; ¿cómo debe descubrir sus valores personales para despertar su interés por atrapar el conocimiento?; ¿qué debe comunicar en el grupo, de su saber y sus experiencias, para retroalimentar y se tomen decisiones responsables?; ¿cómo deben colaborar en un ambiente cordial e integral para lograr los objetivos?

Para contestar estas preguntas, el profesor debe estar capacitándose continuamente en su labor. No buscar los motivos, sino lograr la transformación en los valores, de personas que resuelven las necesidades de su entorno.

1.1 Descripción de la Problemática

El sistema de la educación de la época de la colonia estaba vinculado, incluso con los religiosos, a una vida social económica que beneficiaba a una clase privilegiada con la explotación de la clase proletaria para mantener su riqueza; los niños y jóvenes ricos acudían a este tipo de educación en las escuelas y universidades privadas para mantener la conciencia para continuar con el legado económico de sus padres. A la clase proletaria, se le educaba la pobreza, la sumisión y vivir sin propiedades, para someterse a la explotación. (Guevara Niebla, 1985).

Esta distinción de clases generó una carencia técnica, tecnológica, cultural, social y económico, en nuestro país.

Historia de la explotación del petróleo mexicano y saqueo de la riqueza.

A mediados del siglo XIX el petróleo se comercializaba con propiedades de iluminante, lubricante, combustible, ungüentos medicinales, dentífricos, adhesivos y calafateo de barcos.

Porfirio Díaz llegó al poder en 1876, implantó una serie de medidas exitosas para sacar al país del estancamiento económico, entre las cuales figuraba el fomento a la maduración industrial a través de la apertura de la inversión extranjera. A mediados de 1880 llegaron inversiones extranjeras, principalmente de Estados Unidos y Europa, que se destinaron: al ferrocarril, minerías, manufacturas industriales, servicios públicos y petróleo. Incluso las estimuló mediante exenciones fiscales y legislaciones para abaratar los costos de combustible.

En 1925, durante el gobierno de Plutarco Elías Calles, se promulgó una nueva ley petrolera que puso en riesgo los derechos de propiedad de las compañías petroleras sobre sus propiedades y arriendos adquiridos durante el porfiriato. Ahora el gobierno se adjudicaba la facultad de ratificar dichas concesiones y en tal caso únicamente tendrían una vigencia de cincuenta años.

En 1928 el acuerdo Calles – Morrow, garantizó el respeto a los derechos de propiedad adquiridos de las compañías petroleras, las animó a seguir invirtiendo en la industria. El Águila abrió yacimientos en el Istmo, Tuxpan, Poza Rica en 1932, hizo oleoductos de Palmasola, Veracruz a Azcapotzalco; Tenía refinerías en Tampico, Minatitlán, Tuxpan; El Águila, entre otras de sus inversiones, era la productora más importante. (Alvarez et al., s.f.).

La electricidad también fue generada, distribuida y comercializada, por inversiones privadas extranjeras al final del siglo XIX y principio de XX. Suministraban el servicio a las áreas productivas, comerciales, agrícolas y urbanas, tanto en el lado norte, occidente y centro del país; por lo que fue considerado como sector estratégico por el Gobierno Federal para su

nacionalización. Desde 1937 se creó la Comisión Federal de Electricidad para impulsar la economía industrial de nuestro país.

Como mucha de la riqueza que se generó de las inversiones extranjeras, no se quedaba en nuestro país, no hubo suficientes recursos económicos para resolver las necesidades de la mayor parte de nuestra población, que seguía envuelta en la pobreza, la explotación y analfabetismo, lo que generaba conflictos armados internos.

La Educación Socialista en México

En la época Post-Porfirista, surgieron corrientes revolucionarias socialistas, como la del Gral. Lázaro Cárdenas del Río y el Lic. Vicente Lombardo Toledano, que despertaron la conciencia de la clase trabajadora explotada por una clase privilegiada bajo el formato capitalista. El propósito, era transformarla en una sociedad económicamente sana y próspera.

El Gral. Lázaro Cárdenas del Río, en su discurso en apoyo de la educación socialista, veía la urgencia de preparar a los ciudadanos desde la niñez hasta la universidad para ser vinculados al desarrollo económico y tecnológico del campo, talleres y centros de trabajo, mediante una educación adecuada en beneficio de la clase proletaria para fortalecer sus intereses y la economía socialista.

La escuela socialista era una institución sana para la sociedad que formaba personas sin vicios, habituados a trabajar con los recursos técnicos y tecnológicos; que, por la enseñanza de un profesor revolucionario con el perfil de creador y orientador de voluntades colaboradoras, enseñaban a los ciudadanos para participar en actividades productivas desde las áreas municipales hasta las federales. Bajo este contexto escolar, la escuela podrá ser una aliada del sindicalismo, de la cooperativa, de la comunidad agraria, de las autoridades y las organizaciones; en donde, aplicarán conocimientos de la organización, el

método, la disciplina, la unión; que son tan necesarios para su emancipación económica y la moral.

La escuela "...socialista pretendía formar a un mexicano nuevo: digno y ético, arraigado en su persona para vivir en armonía con su familia, como también, en su vida civil y social, para que supla a los dogmas supersticiosos..." (Guevara, 1985, 81) para que concluya su forma de vivir en su mejoramiento: económico, social y patriótico.

El Licenciado en derecho, Vicente Lombardo Toledano, también político y filósofo socialista Marxista, en su discurso en apoyo a la educación socialista, mostró interés, principalmente, por la transformación del sistema de la producción económica que prevalecía, con el afán de destruir los privilegios por la propiedad privada implementada en todos los órdenes de la vida colectiva en provecho de una minoría, y que perjudicaba a las grandes masas de los trabajadores.

La creencia de la escuela socialista sostenía la importancia del "...cambio económico feudalista a la única clase productiva proletaria. La Confederación General de Obreros y Campesinos de México, sostiene como reivindicación del proletariado la escuela socialista, en donde se le orienta al niño, al joven y al adulto una enseñanza objetiva, materialista, del mundo y de la vida humana, es decir, una visión real de las relaciones esenciales que existe entre los diversos fenómenos del universo, dentro del cual el hombre no es un ser de excepción constante, sujeta a afirmaciones y rectificaciones parciales, que implican siempre un paso decisivo hacia el porvenir [...] una concepción también dialéctica, vital de la historia, como consecuencia lógica de la concepción materialista del universo, que enseñe y explique la perpetua lucha de clases congénita de la sociedad humana; una concepción exacta de la sociedad contemporánea, que diga cómo surgió el régimen burgués, cuáles son sus lacras, cómo ha abondado la pugna secular entre explotados y explotadores, a qué peligros está expuesta la humanidad bajo éste régimen y que, además, explique cómo ha de ser

reemplazado y cuáles serán las bases y las más importantes instituciones del régimen socialista. Así entenderemos la escuela nueva; como medio de orientación de la conciencia popular para el cambio del régimen burgués, no como un vehículo que ha de transformar por sí mismo el régimen capitalista” (Guevara, 1985, 92-93).

La escuela socialista para el proletariado puede y debe dar una orientación para transformar la sociedad en una sola clase: la productora.

Estas ideas surgieron como una corriente esencial para abrir la conciencia de las masas en la búsqueda de capacitación y de una vida digna con salario remunerador, que le permita satisfacer sus necesidades en los órdenes social, esparcimiento, cultural y económico.

La doctrina, conforme a la tesis de la Secretaría de Educación Pública sobre la enseñanza socialista (de la década de los 80), “...aclara los conceptos sobre las tendencias de la reforma educacional, que implica el sincero propósito de la Revolución, de unificar el pensamiento de nuestras colectividades, encauzando la acción de las nuevas generaciones hacia la organización de un régimen en que la igualdad sea una consecuencia de una equidad de igualdad económica, esta Secretaría estima que la implantación de la escuela socialista significa un paso más hacia la redención material y espiritual de las clases asalariadas dentro de un orden de efectiva justicia social..” (Guevara, 1985, 93).

La escuela social sería preferentemente encausada para las clases obreras y campesinas vinculadas con las necesidades del medio, sus aspiraciones y acorde con los progresos de la técnica para la socialización de la riqueza, a fin de que la escuela se convierta en capacitadores manuales e intelectuales que, con conciencia de clase, puedan convertirse en eficientes y honestos directores de sus propios fines, para elevar el nivel de vida de los trabajadores. Enseñarles a mejorar nuestros sistemas de cultivos, nuestra técnica industrial, eliminar

intermediarios e instituciones parasitarias, con el objeto de crear una economía moderna y colectivizada por un pueblo laborioso, culto y satisfecho.

La escuela socialista considera que el desarrollo educativo y emocional de los hijos depende de la atención de sus padres, por lo que éstos deben estar provistos de los recursos suficientes para atender satisfactoriamente a su familia. Para lograr esta sana vivencia del hogar proletario, el estado debe proporcionar la educación social gratuita y obligatoria: para que los niños, jóvenes y adultos, logren obtener una educación integral, que les cimentara la conciencia a los mexicanos por adherirse a una economía que generara productividad colectiva en su medio.

El nuevo educador está consciente de su labor destinada hacia el beneficio de los trabajadores organizados. Dada a la experiencia y la verdad científica, enseña que los dogmas, los sistemas familiares, políticos, los rumbos de las culturas, son superestructuras en constante cambio de adaptación, que revelan la historia de luchas sociales por la adquisición de la igualdad de clases.

El educador se debe convertirse en guía de la nueva organización, en un descubridor de las últimas verdades del progreso científico, en camarada de la juventud y en el fiel delegado de los hogares que desean para sus hijos una vida mejor.

La escuela social debe recibirse bajo un augurio de paz, como el medio previsor por excelencia para encausar el antagonismo existente y las guerras industriales hacia la solidaridad más estrecha de los intereses nacionales con los de la humanidad.

La escuela social prepara armónicamente a la clase trabajadora y las futuras generaciones en el trabajo colectivo; ya que, de no ser así, la clase proletaria seguiría en la única opción de quedar fuera del desarrollo científico, económico y

social, por lo que no tendría libertad emprendedora de alcanzar sus anhelos de una vida digna. Como consecuencia, la educación integral no sería posible, y alcanzar el nuevo régimen social estaría muy lejano. (Guevara, 1985)

La expropiación petrolera

En 1935 fue creado el Sindicato de Trabajadores de la República Mexicana. En 1936, el sindicato pidió reivindicaciones económicas como: la jornada laboral de 40 horas a la semana, pago salarial durante enfermedades, indemnizaciones por muerte o incapacidad, jubilación, salario mínimo de cinco pesos, contrato justo, etc.

La Junta Federal de Conciliación y Arbitraje ordenó el cumplimiento de las demandas, pero las petroleras lo ignoraron, por lo que fueron declaradas en rebeldía.

El 18 de marzo de 1938, el presidente Lázaro Cárdenas expidió el Decreto de expropiación de las empresas petroleras, donde se señalaba el desposeimiento, por causa de utilidad pública de edificios, instalaciones, oleoductos, refinerías, tanques de almacenamiento, vías de comunicación, estaciones de distribución y todos los bienes muebles e inmuebles de las empresas extranjeras.

La nacionalización de la industria eléctrica.

La industria petrolera y la eléctrica fueron parte del cambio revolucionario en nuestro país a partir de las últimas décadas del siglo XIX. La industria eléctrica también generó beneficios económicos importantes en diversas áreas productivas, como en la textil, construcción, minería, agrícola; como también,

para uso de transporte urbano y uso doméstico; lo cual, resultaba una inversión atractiva tanto para las empresas privadas como para el gobierno.

Se destaca que a inicios del siglo XX surge la Mexican Light and Power Company, de origen canadiense, construyó en Necaxa la primera gran instalación eléctrica, quien distribuyó energía a la minería de Pachuca, Hidalgo, y a los requerimientos urbanos, como la del tranvía de Xochimilco. Sus consorcios, tuvieron presencia en el norte y occidente de la República Mexicana. En 1930 se hizo la interconexión entre La Termoeléctrica Lagunera y La Hidroeléctrica de La Boquilla, para las bombas de extracción de aguas profundas para los agricultores laguneros. Había inconformidades de los usuarios por un servicio irregular; por lo que el Gobierno Federal creó La Comisión Federal de Electricidad en 1937 por Lázaro Cárdenas del Río (Trelles, 2015). Este fue el inicio para lograr independizar la industria eléctrica hasta en 1960 por Adolfo López Mateos, con el propósito de impulsar la economía y la industria del país.

Creación del Instituto Politécnico Nacional (IPN).

Con base a las investigaciones educativas de la época, se fundó en 1936 durante el periodo de Lázaro Cárdenas para el progreso del País. Su formación fue dirigida para jóvenes que cursarán un programa para atender las necesidades de desarrollo de la industria y del crecimiento del país, con una oferta académica que va del nivel medio superior al posgrado.

Fue creado con el objetivo de consolidar, a través de la educación, la Independencia Económica, Científica, Tecnológica, Cultural y Política para alcanzar el progreso social de la Nación, de acuerdo con los objetivos Históricos de la Revolución Mexicana, contenidos en la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos; para contribuir a la industrialización de México y a su progreso. (México Desconocido, s.f.).

Posteriormente surgieron los Institutos Tecnológicos Regionales en 1948 para desconcentrar la educación del IPN que se impartía exclusivamente en el Distrito Federal (hoy CDMX). Para 1959, los Institutos Tecnológicos son desincorporados del Instituto Politécnico Nacional, para depender de la Dirección General de Enseñanzas Tecnológicas Industriales y Comerciales, que a su vez dependía de la Secretaría de Educación Pública. (Historia de los Institutos Tecnológicos, s.f.)

1.1.1 Breve historia de la creación de los tecnológicos

Para satisfacer las necesidades que demandaba la sociedad para el desarrollo económico del país, se fueron creando los tecnológicos en la República Mexicana para la formación integral de profesionistas que contribuyeran al desarrollo de la nación y sostener su libertad e independencia.



Primeros Institutos Tecnológicos. Izquierda: IT Chihuahua, Centro: IT Saltillo, Derecha: IT Durango

Figura 1.- Los primeros tecnológicos
<https://www.tecnm.mx/?vista=Historia>

De acuerdo a los eventos históricos de la creación de los tecnológicos desde 1948. Los tecnológicos junto con los institutos de investigación surgieron para formar profesionistas competentes para atender las necesidades tecnológicas y comerciales de la industria regional para alcanzar la productividad y el desempeño.

El 23 de julio de 2014 fue creado el Tecnológico Nacional de México, como organismo descentralizado de la Secretaría de Educación Pública. Estaba constituido: por 254 instituciones, de las cuales 126 son institutos tecnológicos federales, 122 institutos tecnológicos descentralizados, 4 centros regionales de optimización y desarrollo de equipo (CRODE), un centro interdisciplinario de investigación y docencia en educación técnica (CIIDET) y un centro nacional de investigación y desarrollo tecnológico (CENIDET). En estas instituciones, el TecNM atendía a una población escolar de más de 600 mil estudiantes en licenciatura y posgrado en todo el territorio nacional, incluida la Ciudad de México (Tecnológico Nacional de México, 2025).



Figura 2.- TecNM

Av. Universidad 1200, Col. Xoco, Ciudad de México, Alcaldía Benito Juárez C.P. 03330
<https://www.tecnm.mx/?vista=Historia>

1.1.2 La Misión y visión del TecNM.

Misión

Formar integralmente profesionales competitivos de la ciencia, la tecnología y otras áreas del conocimiento, comprometidos con el desarrollo económico, social, cultural y con la sustentabilidad del país.

Visión

El TecNM es una institución de educación superior tecnológica de vanguardia, con reconocimiento internacional por el destacado desempeño de sus egresados y por su capacidad innovadora en la generación y aplicación de conocimientos.

1.1.3 El Instituto Tecnológico de San Juan del Río su misión y visión está alineada a los mismos horizontes educativos.



Figura 3.- Tecnológico San Juan del Río
Av. Tecnológico # 2; esq. Eje Central; San Juan del Río, Querétaro. C.P. 76800.

El ITSJR entró en operaciones en agosto de 1988 para atender las necesidades técnicas de la región de San Juan del Río.

Misión:

Formar profesionistas que contribuyan al desarrollo científico y tecnológico en beneficio de la sociedad, con integridad, perspectiva sustentable y compromiso con la promoción y ejercicio de los derechos humanos.

Visión:

Ser una institución de educación superior tecnológica reconocida a nivel nacional e internacional, mediante la excelencia de sus egresados y egresadas, sustentada en la certificación y acreditación del servicio educativo, recursos humanos capacitados que impulsen el desarrollo social y económico sostenible y a través de la innovación e investigación, buscando el bienestar común (Tecnológico Nacional de México, 2025).

Licenciaturas y Maestría	
<i>Ingeniería electromecánica</i>	Formar profesionistas competentes para analizar, diagnosticar, diseñar, seleccionar, instalar, administrar, mantener e innovar sistemas electromecánicos.
<i>Ingeniería electrónica</i>	Formar profesionistas competentes para resolver problemas de automatización y sistemas electrónicos.
<i>Ingeniería en gestión empresarial</i>	Formar profesionistas competentes en la gestión de empresas e innovación de procesos, diseño de negocios, emprendedores.
<i>Ingeniería Industrial</i>	Formar profesionistas competentes para diseñar, implementar y administrar, los sistemas productivos de bienes y servicios.
<i>Ingeniería en sistemas computacionales</i>	Formar profesionistas competentes para diseñar, desarrollar, implementar, sistemas computacionales.
<i>Ingeniería en las tecnologías de la información y comunicaciones</i>	Formar profesionistas competentes para desarrollar, administrar e integrar, tecnologías de la información y comunicaciones.
<i>Maestría en Ciencias de la Ingeniería</i>	Formar investigadores para generar conocimientos científicos y tecnológicos de vanguardia, para que resuelvan problemas en la productividad de los procesos y asesoría técnica al sector público y privado.
<i>Maestría en Ingeniería Administrativa</i>	Formar profesionistas expertos integrales en el campo de la ingeniería administrativa, con la capacidad de aplicar conocimientos técnicos y científicos para resolver desafíos tanto en organizaciones públicas como privadas, mediante la aplicación de técnicas y herramientas innovadoras

	para fortalecer la ventaja competitiva de la industria, a través de la gestión, planificación, implementación y control de las operaciones, lo que contribuirá positivamente a la economía y al desarrollo empresarial sostenible de la región.
--	---

Tabla 1.- Carreras y maestrías del ITSJR

Con esta perspectiva, el instituto tecnológico de San Juan del Río está contribuyendo a la formación de profesionistas con la finalidad del desarrollo económico de nuestro País.



Figura 4.- Panorámica de San Juan del Río
<https://www.google.com.mx/>

1.1.4 Tabla de empresas e industrias, de las más importantes de San Juan del Río.

No.	Empresas e Industrias de San Juan del Río
1	Multimedia Aplicada – Tiendas Online.
2	Procuraduría de la Defensa del Contribuyente PRODECÓN.
3	Lumo, S. A. de C.V. Km 2.5 de San Juan del Río a Tequisquiapan, San Juan del Río, Querétaro. Tel.: 4272727925.
4	Morgan Technical Ceramics, S. A. de C. V. Av. Fulton No. 20, Col. Valle de Oro, San Juan del Río, Querétaro, Tel: 4272728840.
5	Hudson Garden Products, S. A. de C. V. km 3.5 Antigua Carretera a Tequisquiapan S/N, Fraccionamiento Industrial, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4272726000.
6	Kimberly Clark de México, S. A. de C. V. Río de San Juan No. 4. San Cayetano, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 014272718500.
7	Hotel Hacienda La Venta.
8	C P Ingredientes, S. A. de C. V. Av. Constituyentes No. 149, Zona Industrial Valle de Oro, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4272719730.
9	Bypasa, S. A. de C. V. Oriente 6 No. 6, Nuevo Parque Industrial San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4272727174 1018800.
10	Arizona Chemical Company, S. de R. L. Corregidora No. 162, Centro, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4272729985.
11	Plásticos Técnicos Mexicanos, S. A. de C. V. Km 3 Carretera a Tequisquiapan, Zona Industrial Valle de Oro, San Juan del Río, Querétaro 4272718000.
12	Electrónica Clarion, S. A. de C. V. Av. 3 Esq. Calle 9, Sin Número, Zona Industrial, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4272719730.
13	Refrescos Victoria del Centro, S. A. de C Av. Central No. 241, Valle de Oro, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4272718900.
14	Campestre Residencial San Juan, S. A.
15	ATCE y Asociados, S. A. de C. V. Valentín Gómez Farías No. 7. Locales 86 y 87, Centro, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 014272725077, Tel: 014272720988.
16	Anrués Construcciones, S. A. de C. V. Corregidora No. 25, Centro, San Juan del Río, Querétaro, tel: 4274880960.
17	Taloquímica, S. A. de C. V. Km 4.5 Carretera a Tequisquiapan, Zona Industrial Valle de Oro, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4272728088.

18	Aditivos Mexicanos, S. A. de C. V. Norte 3 No. 13, Nuevo Parque Industrial, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 015590002388.
19	Grupo ABC de México, S. A. de C. V. Av. Norte No. 4 No. 7, Nuevo Parque Industrial, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 42727191000.
20	Compañía Industrial Cerillera, S. A. de C. V.
21	Grupo Papelero Scribe, S. A. de C. V.
22	Acerlan, S. A. de C. V. Camino San Pedro Ahucatlan No. 3 Col. Valle de Oro. San Juan del Río, Querétaro. Tel: 01(427)2718600.
23	Laboratorios Columbia, S. A. de C. V. Calle Oriente 10 No. 1, Nuevo Parque Industrial, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4272725286.
24	Natural de Alimentos, S. A. de C. V. Camino al Rosario Km. 2.5, Loma Linda, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4272719080.
25	Colegio de Contadores de San Juan del Río. Miguel Hidalgo No. 49. 1er. Piso, Centro, San Juan del Río, Querétaro Tel: 4272727172 Tel: 4272710396.
26	Hotel Misión San Gil
27	Corporación Atsa, S. A. de C. V. Norte 3 No. 26, Nuevo Parque Industrial, San Juan del Río, Querétaro, Tel: 4272721018400.
28	Grupo Metal Intra, S. A. de C. V. Paseo Central No. 260, Fraccionamiento Industrial Valle de Oro, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4271018400.
29	NSC San Juan del Río, S. C. Pablo Cabrera No. 84, Centro, San Juan del Río, Tel: 427272.
30	Tecnología Eléctrica en Instalaciones, S. A. de C. V. Tel: 4883589.
31	Harada Industries (México), S. A. de C. V. Km. 3.1 Libramiento a Tequisquiapan, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4272725023.
32	Instituto Profesional de Informática y Computación. Av. Juárez Ote. 204, Centro, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4272723367.
33	Fundación Bertha O. de Osete, I. A. P. Av. Central No. 24, San Cayetano, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4272742270.
34	Grupo Lancelote, S. A. de C. V.
35	Laboratorios Columbia, S. A. de C. V. Calle Oriente 10 No. 1, Nuevo Parque Industrial, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4272725286.
36	Natural de Alimentos S. A. de C. V. Camino al Rosario Km. 2.5, Loma Linda, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4272719080.

37	Out Helping, S. C. Paseo Central No. 147, Col. San Juan Bosco, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4272729942.
38	Infra, S. A. de C. V. Calle 8 No. 6, Zona Industrial Valle de Oro, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4272726977.
39	J. H. Mills, S. A. de C. V. Rosal No. 34, Loma Linda, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4272733936.
40	Mitsubishi Electric de México, S. A. de C. V. Paseo Central No. 21, Fraccionamiento Industrial Valle de Oro, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4272721045.
41	Nacional de Conductores Eléctricos, S. A. de C. V.
42	Pac Worlwide México, S. de R. L. de C. V. Fulton 13, Zona Industrial Valle de Oro, San Juan del Río, Querétaro, Tel: 4271019400.
43	Procesos Auxiliares, S. A. de C. V. Fulton tres Pte. S/N Col. Valle de Qro. San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4272721139.
44	RR Donelly Servicios, S. A. de C. V. Av. Central No. 235, Zona Industrial, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4272719200.
45	Sociedad Cooperativa de Pascual, S. C. L. Paseo Central No. 36, Zona Industrial Valle de Oro, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4272725544.
46	Sunher Products Ind. Mexicanos, S. A. de C. V. Blvd Hidalgo No. 101 B. Loc 3 y 4 Planta Baja, Centro, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4272723978.
47	Servicios Diseños de Producción, S. C. Miguel Hidalgo No. 112, Centro, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4272640059, Tel: 4271290305.
48	Manufacturas Kaltex, S. A. de C. V. Rancho San Juan S/N Lote 1, Barrio del Espíritu Santo, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4272719476, Tel: 4272719476.
49	Maquiladora Industrial y Textil, S. A. de C. V. Av. Central Km 1.5, Carretera San Juan del Río Tequisquiapan S/N, San Cayetano, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4272749534. Tel: 4272726833.
50	Operadora Kamerun, S. A. de C. V. Prolongación Corregidora Norte No. 911, Hacienda La Lamborcilla. Tel: 4423122812.
51	Condutel Av. Central No. San Juan del Río, Querétaro. Tel: 01(427)2725000.
52	Cartones Ponderosa, S. A. de C. V. Libramiento a Tequisquiapan No. 4, Valle de Oro, San Juan del Río, Querétaro. Tel: 4272719600.

Tabla 2.- Empresas e industrias de San Juan del Río, Qro.

Fuente: https://www.sanjuanense.com/categoria_San_Juan_del_Rio_Directorio_de_Industrias.33.htm

Como se verá la mayor parte de las empresas de esta tabla tienen los requerimientos con el perfil de nuestros egresados

La industria de San Juan del Río, Qro. ha estado aumentando su mercado internacional; del 2008 al 2024 sus ingresos aumentaron en promedio un 135%, principalmente en los siguientes productos: alambres y cables (21.5%), refrigeración y equipos de congelación (17.8%), partes y accesorios para vehículos automotores (1.8%), tableros y consolas para control (9.01%), artículos de plástico para el transporte y embalaje de mercancías (8.02%), partes de maquinaria (5.2%), aparatos de radio y tv, (5.2%), según la Secretaría de Economía. Por lo que el desarrollo de las instituciones tecnológicas tiene un papel importante para perfilar egresados competitivos para mercados nacionales e internacionales (Municipio de San Juan del Río, s.f.).



Figura 5.- Industrias que fortalecen la economía de San Juan del Río, Qro.

<https://www.google.com/>

1.1.5 La perspectiva educativa de los tecnológicos fundamentada en la carta magna.

La carta magna está legislada para que todos los mexicanos tengan el mismo derecho para recibir una educación digna, con el objeto de formar personas con una educación integral. Los profesores deben *formar buenos ciudadanos* con el perfil de sus conocimientos académicos, experimentados en el aprovechamiento de los recursos en su medio ambiente, comunicación, honestidad, inclusividad ante la diversidad de: capacidades, culturas, circunstancias y necesidades de los educandos; así como justicia,

paz, libertad y amor a la patria; con la finalidad de propiciarles a los educandos, el desarrollo de sus facultades en un proceso de enseñanza y aprendizaje de mejora continua en las áreas de la ciencia, la tecnología; como también, en valores como: el respeto a la dignidad de las personas, derechos humanos y de igualdad sustantiva. El propósito de la educación es transformar a un ser humano para que logre al máximo su aprendizaje autónomo y de pensamiento crítico, para que contribuya a la calidad de vida en los ámbitos de la sociedad laboral, comercial, social, familiar (Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, 1917).

1.1.6 El análisis para definir la problemática

El estudiante trae bajo nivel de conocimientos previos al de la formación profesional. Dado que son estudiantes que tuvieron una separación presencial para su formación escolar por la pandemia, carecen de los suficientes conocimientos para entender el nivel académico profesional establecido en los programas educativos, se les dificulta aplicar las reglas operativas aritméticas, algebraicas, trigonométricas, físicas y geométricas, por lo que se les debe asistir para analizar y razonar la lógica matemática para resolver problemas a partir de un nivel de complejidad.

Cabe destacar que además de su falta de conocimiento sus hábitos de estudio también se vieron afectados por la forma como se llevaron a cabo las clases a distancia.

Además, casi la cuarta parte permanecen poco tiempo en las instituciones. Las necesidades económicas por las que están pasando con su familia, los obliga a trabajar los fines de semana o medio tiempo, lo que les limita para cumplir con la entrega oportuna de sus tareas; eso los motiva a copiarlas

antes de la clase o durante; o, definitivamente desertan cuando ven que su desempeño académico es deficiente.

Algunos otros para mantener su estado de confort en su participación académica la realizan con el mínimo esfuerzo, por lo que sus actividades y tareas son copiadas.

El aprovechamiento de los recursos académicos que aprendieron en aplicaciones de cálculo es limitado, casi la mayoría de los estudiantes no han tenido las suficientes bases académicas para aplicarlos y exponerlos en el tema. En cuanto al aprovechamiento académico, la mayoría requiere recordar las bases de las reglas del razonamiento matemático que ya cursaron en la preparatoria, para aplicarlas a la solución de los problemas propuestos por el profesor, porque tienden a resolverlos mediante la explicación en paralelo de los conocimientos que se requieren para dar continuidad al procedimiento lógico y matemático de método en estudio.

Casi la totalidad de los estudiantes distorsionan las reglas de los símbolos que se ocupan para indicar las operaciones que se tiene que realizar en el proceso de cálculo de una proposición matemática. Al parecer, es un modo convencional que se norma entre ellos; para algunos, no se acuerdan de la operación que se tiene que realizar, por la ambigüedad de sus interpretaciones.

Algunos de ellos no son honestos en la realización de sus trabajos y tareas, las copian por diversas razones.

El respeto y el compañerismo, es diferente en cada grupo; sin embargo, hay muy pocos casos de subestimación entre ellos.

En la integración de algunos equipos de trabajo, de a lo mucho cuatro, los participantes lo forman para resolver un problema, se aprecia que solo algunos del equipo son los que trabajan.

En conclusión, por lo menos la mitad y a lo mucho las tres cuartas partes de los estudiantes, requieren de supervisión y apoyo continuo retroalimentativo durante el proceso de enseñanza - aprendizaje.

1.2 Objetivo General

Diseñar una propuesta didáctica sobre el tema de regresión lineal en donde se incluyan conocimientos previos del método simplificado reducido de Gauss-Jordan para solucionar sistemas de ecuaciones lineales por medio de un lenguaje de programación para estimar los coeficientes de una curva parabólica con mayor precisión.

1.2.1 Objetivos específicos:

1. Estructurar la planeación didáctica de manera fundamentada de un subtema del programa de estudios de la materia métodos numéricos, en donde finalmente se programa en Python un algoritmo con el contenido referente al ajuste de una curva para que se tenga preparado para su uso profesional.
2. Elaborar la propuesta disciplinar utilizando los sistemas computacionales: Tracker_6.2.0_Windows_X64, para obtener los puntos de la curva parabólica en el laboratorio; visualizar la organización del desarrollo iterativo de cálculo en Excel, para comprender el algoritmo que se estructurará y codificará en Python, para obtener un ajuste preciso de los puntos observados.

3. Elaborar una propuesta para complementar la planeación didáctica que implique el desarrollo del aprendizaje integral del estudiante bajo los esquemas conceptuales de las dimensiones de José Leonardo Rincón (2003), Juan Ignacio Pozo (2008) y Taxonomía revisada de Bloom (Solano et al, 2022). Para que interactúe la información de conocimientos relevantes mediante la sociabilización con su grupo de manera cognitiva, ética, moral, estética, comunicativa, afectiva, corporal y socio-política.
4. Instrumentar el tema de regresión lineal con las actividades de enseñanza – aprendizaje para lograr un aprendizaje cognitivo significativo dentro de un ambiente humanitario, positivo y colaborativo.

Resultados esperados.

El estudiante progresivamente desarrolle por etapas sus conocimientos mediante la observación, organización de procedimientos de cálculo, análisis y síntesis para simplificar los procesos iterativos.

Emplear sistemas de cómputo para obtener resultados de una manera eficiente y precisa.

Aprenda a trabajar en equipo con actitud perseverante dentro de un ambiente positivo, colaborativo y democrático para lograr un aprendizaje significativo.

1.3 Justificación.

Este trabajo es de importancia para el ajuste de los datos muestrales obtenidos con dispersión de los fenómenos físicos, mediante un modelo de regresión, como es el caso que nos ocupa relacionado con el tiro parabólico. Mediante la siguiente propuesta, que a continuación se indica, para aplicar el programa de un algoritmo que garantice resultados eficaces y eficientes. La regresión es una herramienta técnica básica del estudiante para solucionar problemas de ingeniería.

La propuesta cognitiva (disciplinaria) consta de tres pasos que obtienen: A) Los elementos de la matriz aumentada mediante el método de mínimos cuadrados. B) El cálculo de los coeficientes de la ecuación cuadrática para ajustar los puntos de una curva parabólica, mediante el método de la eliminación reducida de Gauss - Jordan. C) El cálculo del coeficiente de determinación para demostrar la efectividad del ajuste de la curva parabólica mediante una fórmula cuadrática. Estos procedimientos de cálculo, son considerandos conforme al programa de estudios de la materia métodos numéricos que se imparte en la carrera de ingeniería en sistemas; Particularmente, sobre el tema del ajuste de una curva por regresión lineal lo cual implica resolver un sistema de ecuaciones lineales.

Se debe tener cuidado que el estudiante sea consciente de sus experiencias y conocimientos previos de programación, método de Gauss Jordan y habilidad para comprender un proceso y optimizarlo. Para esto, se requiere una explicación recordatoria del método Gauss – Jordan para las soluciones de sistemas de ecuaciones, uso de Excel; también, deben ser hábiles para utilizar el lenguaje de programación Python, Java o algún otro lenguaje.

A partir de este inicio, se procede estratégicamente a su aprendizaje cognitivo con el conocimiento de las limitaciones y fortalezas de cada estudiante. Para esto, se estructura el desarrollo progresivo del aprendizaje conforme a la Taxonomía revisada de Bloom con una incorporación de tres ejes: como el cognitivo de sus dimensiones factual, conceptual, procedimental y metacognitivo (Anderson, 2001); como también, el de la categoría de proceso cognitivo: recordar, comprender, hasta la aplicación, en los términos específicos del programa de estudios; y el tercer eje, constituido por las dimensiones de José Leonardo Rincón (2003) y Juan Ignacio Pozo (2008).

El contenido de esta propuesta didáctica, está constituida por un marco teórico didáctico y un marco teórico disciplinar, en una planeación de actividades consecutivas para la enseñanza – aprendizaje estratégico y progresivo, que se efectúa con la realización de un ejercicio de la clase del ajuste de una curva parabólica mediante una fórmula cuadrática.

1.4 Organización de la tesina.

La tesina está organizada en seis capítulos. El capítulo uno trata sobre los lineamientos institucionales alineados con los gubernamentales para transformar a un ser humano de una educación integral para que pueda servir con criterio y responsabilidad a la sociedad para alcanzar su desarrollo económico. El dos trata sobre el marco teórico didáctico en el estudiante obtiene el aprendizaje verbal bajo los conceptos de las dimensiones de José Leonardo Rincón (2003), Juan Ignacio Pozo (2008) y Taxonomía revisada de Bloom (Solano et al, 2022). El tres trata sobre el marco teórico disciplinar para utilizar en el proceso iterativo del algoritmo para ajustar la curva, el método de: mínimos cuadrados, eliminación reductiva de Gauss – Jordan y coeficiente de determinación. El cuatro propone la utilización de la Taxonomía revisada de Bloom (Solano et al, 2022) para estructurar estratégicamente el avance del desarrollo cognitivo y disciplinar de las dimensiones de Rincón junto a otras más como la teoría de aprendizaje de Pozo, dentro del esquema de los niveles cognitivos de la Taxonomía revisada de Bloom (Solano et al, 2022). El cinco trata de la instrumentación didáctica de la clase del ajuste de curvas por regresión lineal para que el estudiante desempeñe sus actividades cognitivas de manera progresiva, eficiente y eficaz, en acuerdos colaborativos de su equipo de trabajo.

2.- Marco teórico didáctico.

En este capítulo se propondrán los temas relacionados con la formación integral del estudiante en un ambiente positivo y de aceptación para que manifieste su formación, con sus conocimientos y habilidades: experimentadas, sociopolíticas, comunicativas, corporales, afectivas, éticas y espirituales para que logre transformarse en una persona que libremente tome decisiones responsables para el mejoramiento continuo de la vida. La siguiente figura muestra la relación de esta secuencia educativa para la transformación integral de una persona social en un profesional que sirve a la sociedad. Se inicia con la aceptación y actitud positiva, le sigue, persuadir a los estudiantes las ocho dimensiones de José Leonardo Rincón (2003) para sus mejores relaciones y desempeño social y finalmente lo aplique en su servicio profesional.

Como se aprecia la figura 6, la dimensión cognitiva está en el centro, los que representa el proceso principal por donde fluye el entendimiento, el aprendizaje, la construcción y la mejora del conocimiento.

Cuanto este proceso no está fluyendo, el profesor debe poner atención en el espíritu emprendedor del grupo para determinar la causa para auxiliarse de las demás dimensiones como la ética, espiritual, estética, sociopolítica, comunicativa, corporal o afectiva, que requiere para aplicarlos a los integrantes del grupo para motivarlos a interactuar sus conocimientos para que filtren los más relevantes para el desarrollo de la construcción del tema.

En la comunicación sobre el compromiso pactado entre el grupo para elaborar una herramienta eficaz y eficiente para obtener resultados satisfactorios se incluyen emociones por darle un sentido estético en su presentación y una exposición de su creatividad.

Finalmente, el grupo está consciente de haber adquirido un aprendizaje significativo que es útil para resolver los problemas de ingeniería.

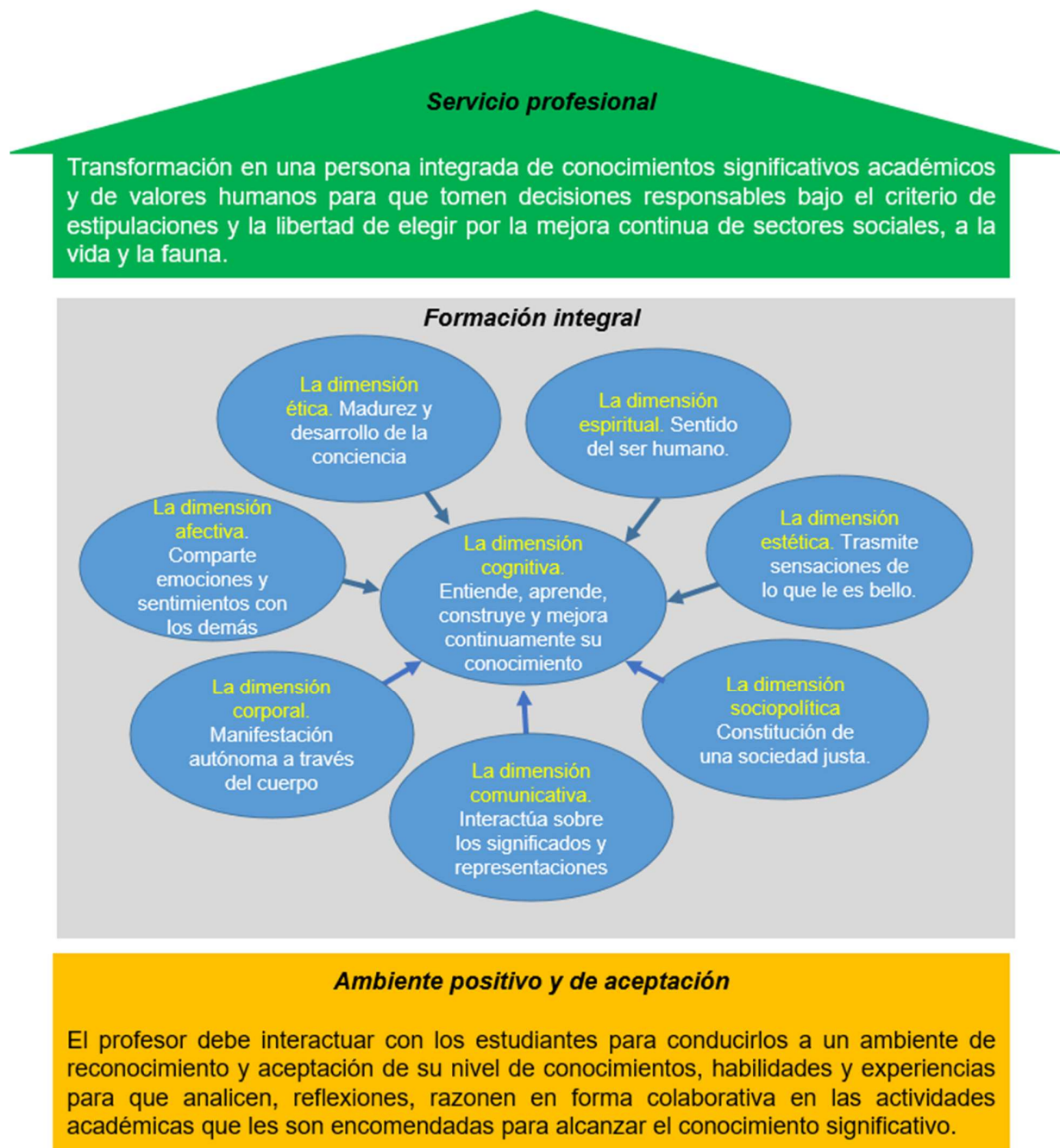


Figura 6.- Diagrama del contenido general del marco teórico didáctico
Figura Propia

2.1 Importancia

En esta parte del tema abordaremos las ocho dimensiones ampliamente iniciando con el ambiente positivo, para que el estudiante se sienta parte del grupo y confíe en participar positivamente en el proceso de enseñanza y aprendizaje con sus conocimientos, experiencias vividas, sus habilidades y emociones. En segunda parte se tratará sobre el tema de fondo de la motivación, como el impulsor que promueve la transformación integral de una persona para que aprecie el valor del aprendizaje. Finalmente, es sobre la importancia del conocimiento que es valioso para que la persona solucione continuamente las necesidades y requerimientos de la sociedad.

2.2 Ambiente positivo y de aceptación

Derivado de la problemática, la mediación del profesor entre el conocimiento y el estudiante es necesaria. Debe elaborarse una propuesta estratégica en donde la complejidad del conocimiento se divida en etapas para que el estudiante se esté percatando conscientemente de los beneficios del conocimiento en cada etapa bajo el contexto de la lógica y el razonamiento matemático. En este proceso, es muy relevante ayudarlo a recordar las bases académicas que aprendió previamente en otras materias, para avanzar en el cálculo del nuevo procedimiento matemático que se le está enseñando: recordar los métodos algorítmicos y estadísticos, análisis y programación.

2.2.1 Aprendizaje conductual (sucesos)

Marzano (citado en McAnally-Salas, 2004) ante la pregunta ¿Cómo el profesor debería trabajar en el aula para lograr la formación integral del alumno en base a las cinco dimensiones? señala que “un elemento clave para la instrucción efectiva es ayudar a los alumnos a que establezcan actitudes y percepciones positivas acerca del aula y acerca del aprendizaje”.

Propone: en las dimensiones y desde mi punto de vista demócrata las actitudes y percepciones positivas en el ambiente del aula, el alumno debe sentirse aceptado por sus compañeros y el profesor y viceversa. El profesor debe vigilar la atención de sus propias actitudes y las del grupo, el profesor y los alumnos deben mantener un comportamiento equitativo y positivo, ambos deben reconocer las diferencias y resolverlas, deben responder positivamente, hacer trabajo en equipo, reconocimiento y aceptación entre ellos, el profesor y los alumnos deben ganarse la aceptación, (ser parte del grupo). El docente también debe influir en los alumnos con sus actitudes y percepciones relacionadas con las tareas en el aula; mostrarles lo valiosas e interesantes que son, establecer confianza académica, ayudarles a entender lo valioso del conocimiento, interesarlos a que participen, que hagan comentarios apropiados, enseñarles a que hablen positivamente, enseñarles que tienen habilidades y crean en estas para que reflexionen, analicen, razonen, y con estas mismas, se desempeñen en el desarrollo de la actividad.

2.2.2 Aprendizaje procedimental (estrategias)

Brindar a los alumnos claridad acerca del conocimiento con el que la tarea se relaciona. Dar a los alumnos expectativas claras de los niveles de desempeño para las tareas.

Finalmente, planear el desarrollo de la actividad con la pregunta: ¿Qué se va a hacer para ayudar a los alumnos a desarrollar actitudes y percepciones positivas?

2.2.3 Aprendizaje conductual (sucesos)

En la conducta. Consiste en la “adquisición de respuestas eficientes para modificar condiciones ambientales” (Pozo, 2008, pág. 184). El estudiante debe ser un sujeto alerta, constructor de su vida y requiere de afecto, estimación y atención; para que se sienta integrante del equipo.

2.2.4 Aprendizaje verbal (hechos y datos)

En la transformación. Al estudiante se le debe retroalimentar oportunamente, debe estar enfocado en un proceso de aprendizaje controlado por el mismo para lograr la tarea, y en colaboración con sus compañeros, alcanzar el desempeño de la tarea mostrando sus habilidades y aptitudes. Los profesores le deben fomentar la autonomía del estudiante para que elija el cambio de su nueva conducta (Zavaleta Bautista & Dolores Flores, 2020).

2.2.5 Formación Integral del Estudiante

El profesor debe incluir en la impartición de la educación del estudiante, la formación de una persona integral en la que se constituye, aparte de lo académico, valores humanos, libertad responsable para que el estudiante de manera autónoma tome decisiones considerando: respeto al prójimo, la ética, el arte, el amor a la patria. (Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, 1917)

2.2.6 Dimensiones de formación integral.

A los estudiantes se les deben inculcar las ocho dimensiones a través de las actitudes y acciones del profesor. El profesor creativamente debe comunicar de forma verbal, escrita, corporal, entre otras, las ocho dimensiones, principalmente en el salón de clase donde ocurre la mayor

interacción con los estudiantes; en este lugar, se les enseña, estimulan e impulsan, para que el estudiante reflexione sobre su persona en cuanto a su formación integral, para que reconozca si está limitado para lograr los alcances específicos, por lo que debe estar consciente y convencerse que está dentro de un proceso autónomo y de mejoramiento continuo, en donde experimenta, recuerda, fortalece, comparte, para ser una mejor persona que sabe y hace para los suyos y la sociedad (Rincón, 2003).

2.2.7 Dimensiones para formar una persona integral.

¿Qué se entiende por dimensión? “es el conjunto de potencialidades fundamentales del ser humano con las cuales se articula su desarrollo integral” (Rincón, 2003, 17).

- **La dimensión ética.** Es el proceso de desarrollo y maduración de la conciencia, del juicio y de la acción moral, para tomar decisiones responsables con libertad y autónoma para efectuar acciones hacia el beneficio social (Rincón, 2003).

En la educación humanista universitaria es importante la dimensión ética de la educación; se espera que los estudiantes desarrollen una conciencia crítica y responsable respecto a las implicaciones sociales, políticas y ambientales de sus acciones. Los estudiantes se deben formar en ciudadanos comprometidos para beneficio del bienestar de la sociedad y del medio ambiente. En este proceso los estudiantes deben ser capaces de desarrollar su capacidad creativa, explorando nuevas formas de conocimiento y expresión (Valles Baca, 2023).

- **La dimensión espiritual.** Lo espiritual, es decir, con todas las actividades y operaciones internas de vivencia personal y que tienen que ver con las preguntas que ésta se formula y la construcción de sentido para los seres humanos (Rincón, 2003, pág. 18).

- **La dimensión cognitiva.** Es el conjunto de potencialidades del ser humano que le permiten entender, aprender, construir y hacer uso de las comprensiones sobre la realidad de los objetos y de la realidad social, que ha generado en el hombre en su interacción consigo mismo y con su entorno, y que le posibilitan transformaciones constantes para adecuarlos al mejoramiento continuo (Rincón, 2003, pág. 19).

El alumno debe formarse de manera interactiva conforme a sus valores y conocimientos que comparte en el entorno de la vida social de su grupo para construir el conocimiento significativo (Trujillo Martínez & Suárez Vargas, 2017). El aprendiz debe estar consciente de que el error de la conceptualización esquemática sobre las características de un objeto es por la falta de la comprensión más amplia del mismo; por lo que actuará a través de sus capacidades y habilidades propias en el proceso de extraer la información, asimilarla, analizarla, razonarla, para que reconstruya su conocimiento con su propio criterio, lo explique y almacene (Flórez citado por Martínez y Suárez, 2017).

Estructura de la dimensión de Conocimiento de la Taxonomía Revisada de Bloom (Solano et al, 2022).

A. *Conocimiento factual:* Los elementos básicos que los estudiantes deben saber para conocer una cierta disciplina o solucionar los problemas en ella.

- a.1. Conocimiento de la terminología.
- a.2. Conocimiento de detalles y elementos específicos.

B. *Conocimiento conceptual:* Las interrelaciones entre los elementos básicos dentro de una estructura mayor que les permite funcionar juntos.

- b.1. Conocimiento de esquemas de clasificación y de categorías.

b.2. Conocimiento de principios y de generalizaciones.

b.3. Conocimiento de teorías, modelos, y estructuras.

C. *Conocimiento procesal*: Cómo hacer algo; métodos de investigación, y criterios para usar habilidades, algoritmos, técnicas, y métodos.

c.1. Conocimiento de habilidades y algoritmos en temas específicos.

c.2. Conocimiento de técnicas y métodos en temas específicos.

c.3. Conocimiento de criterios para determinar cuándo utilizar los procedimientos apropiados.

D. *Conocimiento meta cognitivo*: Conocimiento de la cognición en general así como conciencia y conocimiento de la propia cognición.

d.1. Conocimiento estratégico.

d.2. Conocimiento sobre tareas cognitivas, incluyendo conocimiento contextual y condicional apropiado.

d.3. Conocimiento de sí mismo.

Ahora en la conceptualización del proceso cognitivo (Solano et al, 2022): En el cual, los medios por los cuáles el conocimiento es adquirido o construido para resolver los problemas que demandan los grupos sociales; se utilizan: el conocimiento, las habilidades, intereses y motivaciones, para enfrentar en el proceso cognitivo y sus exigencias, para resolver un problema que requiere diversos procesos cognitivos, en donde, se reflexionan las acciones, se monitorea el avance y se corrigen los errores. De esta manera, el individuo va pasando de un nivel a otro en las seis dimensiones: recordar, entender, aplicar, analizar, evaluar y crear; que para pasar de una a la siguiente se requiere escalar en los niveles de conocimientos: factual, conceptual, procedimental y metacognitivo (Anderson, 2001). Puede iniciar en cualquier nivel, considerando que los niveles antecesores está apto.

Estructura de la Dimensión de Procesos Cognitivos de la Taxonomía revisada de Bloom (Solano et al, 2022).

1. Recordar - Recuperar conocimiento relevante desde la memoria de largo plazo.
 - 1.1 Reconociendo.
 - 1.2 Recordando.
2. Entender - Determinar el significado de los mensajes educacionales, incluyendo comunicación oral, escrita, y gráfica.
 - 2.1 Interpretando.
 - 2.2 Ejemplificando.
 - 2.3 Clasificando.
 - 2.4 Resumiendo.
 - 2.5 Deduciendo.
 - 2.6 Comparando.
 - 2.7 Explicando.
3. Aplicar – Llevar a cabo o utilizando un procedimiento en una situación dada.
 - 3.1 Ejecutando.
 - 3.2 Implementando.
4. Analizar – Descomponer el material didáctico en sus partes componentes y detectando cómo las partes se relacionan unas con otras y con una estructura o propósito global.
 - 4.1 Diferenciando.
 - 4.2 Organizando.
 - 4.3 Atribuyendo.

5. Evaluar – Realizar juicios basados en criterios y estándares.

5.1 Comprobando.

5.2 Criticando.

6. Crear – Unir elementos para formar un todo nuevo y coherente, o para dar origen a un producto original.

6.1 Generando.

6.2 Planeando.

6.3 Produciendo

Ambas dimensiones: el tipo de proceso cognitivo y el tipo de conocimiento se combinan, en la tabla continua, para indicar las operaciones que un individuo puede realizar con distintos tipos de conocimiento jerarquizados conforme a la Taxonomía revisada de Bloom; en el que, las primeras celdas de la Tabla 3 corresponden a esfuerzos cognitivos de orden inferior, mientras que en la combinación de los últimos tipos de procesos cognitivos con los últimos tipos de conocimiento se asocian a esfuerzos cognitivos de orden superior. Por ejemplo: combinar recordar con el tipo de conocimiento factual representa un trabajo cognitivo de carácter elemental; mientras que la combinación del quinto tipo de proceso evaluar con el tipo de conocimiento procedimental, corresponde a un esfuerzo cognitivo de orden superior (Solano et al, 2022).

Taxonomía revisada de Bloom en dimensiones (Anderson, 2001)						
Categoría de proceso cognitivo			Factual	Conceptual	Procedimental	Metacognitivo
			Elementos básicos que el estudiante debe conocer para familiarizarse con una disciplina o resolver problemas en ella	Interrelaciones entre los elementos básicos dentro de una estructura más grande que les permite funcionar juntos	Como hacer algo, métodos e indagación y criterios para usar habilidades, procedimientos, técnicas y métodos	Conocimiento de la cognición en general, así como conciencia y conocimiento de la propia cognición
			Conocimiento de terminología, Conocimiento de detalles y elementos específicos	Conocimiento de clasificaciones y categorías, conocimiento de principios y generalizaciones, conocimiento de teorías, modelos y estructuras	Conocimiento de habilidades y procedimientos específicos del tema, conocimiento de técnicas y métodos específicos del tema, conocimiento de los criterios para determinar cuándo usar procedimientos apropiados	Conocimiento estratégico, conocimiento sobre tareas cognitivas, incluido el apropiado conocimiento contextual y condicional, autoconocimiento
Recordar	Recuperar el conocimiento relevante de la memoria a largo plazo	Recordar Reconocer				
Comprender	Construir el significado de los mensajes del proceso de enseñanza-aprendizaje, incluida la comunicación oral, escrita y gráfica	Interpretar, ejemplificar, clasificar, resumir, inferir, comparar, explicar				
Aplicar	Llevar a cabo o usar un procedimiento en una situación dada	Ejecutar, implementar				
Analizar	Dividir el material en sus partes constituyentes y determinar como las partes se relacionan entre sí y con la estructura general o propósito	Diferenciar, organizar, atribuir.				
Evaluar	Hacer juicios basados en criterios y estándares	Comprobar, valorar				
Crear	Poner elementos juntos para formar un todo coherente o funcional; reorganizar elementos en un nuevo patrón o estructura	Generar, planificar, producir.				

Tabla 3- Taxonomía revisada de Bloom.

<https://drive.google.com/file/d/1ULf7uxu-EWpuEMd7eJicbh6ihfdEx0GV/view?usp=sharing>

Cabe señalar que la inclusión de la categoría del conocimiento de orden metacognitivo deja abierta la posibilidad de abordar aspectos de tipo afectivo, y ampliar de esa manera el alcance teórico de la Taxonomía.

- **La dimensión afectiva.** Es el conjunto de potencialidades y manifestaciones de la vida psíquica del ser humano que abarca tanto la vivencia de las emociones, los sentimientos y la sexualidad, como también la forma en que se relaciona consigo mismo y con los demás; comprende toda la realidad de la persona, ayudándola a construirse como ser social y a ser copartícipe del contexto en el que vive (Rincón, 2003, pág. 20).

El estudiante durante su desarrollo académico ha experimentado la dificultad en su nivel de aprendizaje de la disciplina de las matemáticas; siente, percibe y cree subjetivamente que se trata de un proceso que requiere de un nivel complejo (Hernández citado por Gamboa Araya, 2014) para abstraer y razonar con lógica sobre la transformación de sus conocimientos básicos en nuevos saberes: constituidos en conocimientos, valores e ideologías sobre las matemáticas. Bajo estas circunstancias de creencias fuertes de los estudiantes, ejercen una influencia sobre las acciones del individuo altamente resistentes al cambio (Mewborn y Cross citado por Gamboa Araya, 2014), por lo que las rechaza, reduce su rendimiento y afecta a su dimensión afectiva por las matemáticas. Este sistema de creencias incluye, a menudo, sentimientos afectivos y evaluaciones de experiencias personales, que pueden generar: sentimientos, emociones y actitudes de rechazo de las matemáticas.

Sin embargo, Gamboa Araya (2014) considera que los estudiantes a pesar de sus diferentes reacciones consideran útil para esta disciplina de muchas reglas descubiertas y aprobadas, que pueden impulsar al mejoramiento de su rendimiento en el aula para desarrollar habilidades de pensamiento creativo, memorístico o algorítmico, para razonar la información, y en general construir el conocimiento.

Expandiendo la importancia de las matemáticas, se caracteriza por resultados precisos y procesos infalibles, cuyos elementos básicos son las operaciones aritméticas, procesos algebraicos, términos geométricos y teoremas (Gamboa Araya, 2014). De modo que, saber matemáticas es equivalente a ser exitoso en el manejo de procedimientos y ser capaz de identificar los conceptos básicos de la disciplina.

Por otro lado, Gamboa Araya (2014) dice que profesores, padres y estudiantes, forman un vínculo interactivo para crear actitudes positivas

para fortalecer y potenciar la actitud del conocimiento; por lo que necesariamente trasciende en la labor profesional del profesor.

Para las reformas curriculares y el rediseño de los procesos educativos se indican a continuación los factores motivacionales y afectivos del estudiantado (Gamboa Araya, 2014):

- a) Las influencias motivacionales y emocionales sobre el aprendizaje, donde la motivación del estudiante determina qué y cuánto aprende, lo que está influido por estados emocionales, creencias, intereses, metas y hábitos de pensamiento de la persona que aprende.
- b) Motivación intrínseca por aprender, la cual puede estimularse con tareas con un óptimo nivel de novedad y dificultad, relevantes desde los intereses del educando.
- c) Efectos de la motivación sobre el esfuerzo, donde la adquisición de conocimiento y habilidades requiere de un trabajo intensivo por parte del estudiante y de la práctica guiada.

Los resultados obtenidos sobre el nivel de aprendizaje alcanzado, motivará al mejoramiento de las creencias y actitudes del alumnado y personal docente hacia las matemáticas. Ya que, si no hay la suficiente motivación en el estudiante, dada a sus creencias de que se repitan las mismas dificultades para aprender matemáticas y sobre sí mismo con respecto a su potencial, podría disminuir la dimensión afectiva (emociones y sentimientos, creencias y actitudes) en frustración (Gamboa Araya, 2014) De esta negación, se reducirían las posibilidades de que surja el deseo de realizar un esfuerzo por aprender, que concluiría en el reforzamiento de sus creencias originales.

Por lo que el papel del profesor, la metodología empleada y su rol que tiene en el contexto, son de importancia crucial para que el aprendizaje sea exitoso sobre las expectativas de los estudiantes. El autoconcepto, la confianza, entre otras, donde el primero se convierte en un buen predictor del rendimiento académico en la disciplina.

Se debe considerar que las creencias surgen en el proceso evolutivo de un individuo sobre la habilidad para hacer matemáticas, la cual está relacionada con la autoeficacia, que es el producto de sus experiencias con la autodisciplina.

Por ello, el autoconcepto en relación con las matemáticas está constituido por conocimientos subjetivos (creencias y cogniciones) y las emociones e intenciones relativas a ella; está relacionado con el interés hacia esta y los intereses (motivos, finalidades) respecto a la materia, las razones asociadas a la motivación y el placer al enfrentarse a la disciplina, la eficiencia, atribución causal del éxito o fracaso escolar y el autoconcepto como miembro de un determinado grupo social.

Las emociones: son diferentes en cada estudiante en el momento que reciben la actividad didáctica del profesor; dependerán de la asignatura y de cómo la enfrentan, la percepción del profesor, las cuales pueden generar una satisfacción, ánimo, alegría o, bien desesperación, tristeza, desánimo o estrés; lo que puede beneficiar o afectar su aprendizaje.

Gamboa Araya (2014) plantean que si se pueden cambiar las evaluaciones, interpretaciones y atribuciones de los sucesos que enfrentan los estudiantes, les puede cambiar las emociones; ya que el individuo se encontrará en un estado de ansiedad, puede interpretar amenazante y peligroso el suceso al que se enfrenta.

Por lo tanto, si el profesor conoce las emociones de sus estudiantes de matemáticas puede generar propuestas de cambio que se orienten a modificar las emociones negativas y potenciar las positivas en procurar un aprendizaje significativo.

La actitud hacia las matemáticas: tiene que ver con la valoración, satisfacción, curiosidad, el aprecio e interés de la disciplina y su aprendizaje, acentuando una relación entre la dimensión afectiva y el aprendizaje de las matemáticas; aquí el componente afectivo es más importante que el cognitivo, y se caracterizan por considerar las capacidades de los sujetos y su modo de utilizarlas. Las matemáticas deben ser valoradas por resolver problemas de otras áreas del conocimiento, o por su belleza, potencia y simplicidad para ser usadas como lenguaje y estar formada por métodos propios (Gamboa Araya, 2014).

- **La dimensión comunicativa.** Es el conjunto de potencialidades del sujeto que le permiten la construcción y transformación de sí mismo y del mundo a través de la representación de significados, su interpretación y la interacción con otros (Rincón, 2003, pág. 20).
- **La dimensión estética.** Es cuando interactúa con otros: de lo que siente, imagina, selecciona, transforma, reacciona y aprecia, sobre la belleza de lo natural, cultural o de lo que crea o produce, dada su experiencia significativa a su sentido de vida que le causa alegría o dolor (Rincón, 2003, pág. 21).
- **La dimensión corporal.** Posibilidad que tiene el ser humano de manifestarse a sí mismo desde su cuerpo y con su cuerpo, de reconocer al otro y ser presencia “material”, para éste a partir de su cuerpo, incluya la posibilidad de generar y participar en procesos de formación y desarrollo físico y motriz; lo que le ayuda a dirigirse en forma autónoma, para saber

qué elegir para su aprendizaje para la construcción de su propia vida (Rincón, 2003, pág. 22).

- **La dimensión sociopolítica.** Capacidad del ser humano para vivir “entre” y “con” otros, de tal manera que puede transformarse y transformar el entorno socio cultural en el que está inmerso. En donde se construirá una sociedad justa (Rincón, 2003, pág. 22).

La educación disruptiva tiene el propósito de que el estudiante desarrolla habilidades y destrezas con la cuales se desenvuelva en la sociedad con su formación integral: científica, tecnológica y humanista. El enfoque consiste en la socioformación de los estudiantes para que aprendan de manera más activa y participativa para resolver problemas de la sociedad y aprendan a resolver problemas en equipo o ejercicios con contextos reales mediante a sus necesidades y habilidades propias. Además, fomenta el trabajo colaborativo, promoviendo una educación innovadora. Es así como la educación disruptiva socioformativa busca que las personas aprendan de forma más creativa, participativa y colaborativa (Valles Baca, 2023).

Para que sea efectiva la difusión de las ocho dimensiones en los estudiantes, primero debe **iniciarse con la formación del profesor**, administrativos académicos, padres de familia, incluso a la sociedad, con el tiempo suficiente, para que sienta y viva sus posibles limitaciones personales, paradojas y contradicciones, que pueda tener, para plantearse y proponerse, lo que tiene que hacer consigo y las supere; convirtiéndose en un experto que planea, propone y se apasione para lo que tiene que hacer consigo, para que el profesor medie en forma magistral con el estudiante el ofrecimiento de las ocho dimensiones a través de un entrenamiento actitudinal, y en un momento determinado el profesor junto con los estudiantes descubran la importancia de éstas, para encaminarlos

a través de preguntas, o de algunas conversaciones, hasta que el estudiante pula sus convicciones y le sea significativo en su forma de vivir la realidad dinámica (Rincón, 2003, pág. 25).

Aprendizaje conductual (sucesos)

Como se ve, el profesor junto con la comunidad educativa tiene un papel importante para el ***aprendizaje conductual*** del estudiante. Está más que justificado su mediación para formar hombres y mujeres plenamente auténticos: que piensen como ellos mismos, que sean críticos, que actúen en coherencia con sus principios. En otras palabras, se deben formar, ante todo, personas competentes, capaces de discernir los signos de los tiempos de una forma reflexiva, crítica e investigativa; dicho brevemente, personas auténticas (Rincón, 2003, pág. 26).

2.3 Servicio profesional para el mejoramiento continuo de la sociedad y al medio ambiente.

La transformación de una persona en una educación integrada de conocimientos académicos y valores humanos es para que tome decisiones responsables bajo el criterio de las estipulaciones que la orienten a la libertad de elegir la mejor alternativa para beneficiar los sectores sociales, a la vida (Rincón, 2003, pág. 15).

Aprendizaje conductual (sucesos)

En la formación de las personas, se deben establecer las conexiones entre sucesos y conductas que tienden a suceder juntos (Pozo, 2008, pág. 183). La meta no es formar personas únicamente con título académico para otorgarles

status, y quieran lograr su desempeño laboral, discriminando los conocimientos y capacidades del prójimo. La meta debe ser para formar personas que tengan conciencia de las necesidades laborales, sociales, hasta familiares, y las resuelvan en común acuerdo con sus compañeros y colaboradores, tomando decisiones responsables que están sustentadas en su capacidad científica, técnica, ética, social, familiar, moral, para que la sociedad obtenga los beneficios que demanda para vivir con calidad y dignidad.

La “Adquisición de información sobre las relaciones entre acontecimientos (o conjunto de estímulos) que tienen lugar en el ambiente” (Pozo, 2008, pág. 183). Como la transformación educativa integral del ser humano no únicamente se realiza en las instituciones educativas sino también en el ambiente que lo rodea, en donde, el ser humano continuará desarrollando sus habilidades y destrezas de sus conocimientos científicos, técnicos y valores humanos; lo ideal, sería formar personas con presencia potencial para persuadir a la sociedad, en base a las ocho dimensiones (Rincón, 2003), para que los ciudadanos interactúen en su entorno social con esa formación integral, para que contribuya en la solución de las necesidades sociales, laborales, académicas, económicas, ambientales. Porque de nada sirve que las instituciones académicas tomen la responsabilidad de formar personas con una educación integral, y la sociedad les persuada una convicción en otros valores.

2.4 Corolario

Para que el profesor logre obtener resultados excelentes y autonomía de los estudiantes en el aula hacia una meta clara y alcanzable, debe lograr que los estudiantes fomenten su identidad; debe darles la confianza de sus propias capacidades y habilidades para comprometerse con responsabilidad a contribuir sus convicciones en un ambiente democrático y respetuoso para que obtengan la información que les falta para resolver de manera efectiva la propuesta disciplinar que se les encomiende; en donde, en el transcurso de un proceso de

esfuerzo, será consciente de la satisfacción de sus aciertos durante la toma de decisiones que estuvieron aportando; esto, los motiva como equipo. Por otro lado, deberán vivir las emociones de sus desaciertos para que ejercite el control de las mismas, e impulsarlos a buscar los conocimientos de manera autónoma con su propio método de aprendizaje (Rincón, 2003).

3.- Marco teórico disciplinar

En este capítulo propondremos sobre la utilización de dos métodos para calcular los coeficientes de una función cuadrática para ajustar el comportamiento de un objeto en una curva de puntos observados en un intervalo de tiempo, los cuáles, se mostrará que están asociados en un proceso dinámico, del que se abstrae, un comportamiento parabólico que está bajo la influencia de las fuerzas gravitacionales consideradas sobre el eje “y” y de una velocidad constante en el eje “x”. Un método es la regresión cuadrática, es un tipo de regresión polinómica que modela la relación entre una variable dependiente y una variable independiente ajustando una ecuación cuadrática a los datos observados. Esta técnica estadística es particularmente útil cuando los datos muestran una tendencia parabólica, que no se puede capturar con precisión mediante una regresión lineal. La ecuación cuadrática toma la forma de $y = ax^2 + bx + c$, Donde “y” es la variable dependiente, “x” es la variable independiente, “a”, “b” y “c” son coeficientes que deben estimarse a partir de los datos. (Learn Statistics, s.f.).

El otro método es el de Gauss-Jordan. Este método resuelve sistemas de ecuaciones lineales, utilizando una matriz inicial a la que se le aumenta un vector de soluciones; posteriormente, se le reducen coeficientes de sus elementos de la matriz inicial hasta obtener en esta la matriz identidad. El resultado del proceso iterativo escalonado reducido da como resultado en el vector anexo la solución de las incógnitas *a*, *b* y *c*. (Bru, 2010, pág. 23).

La didáctica de este procedimiento se estructurará en el método inductivo conforme al perfil de los estudiantes de la carrera de ingeniería en sistemas computacionales, que, conforme a su programa de estudios el profesor los conducirá a resolver un problema específico utilizando ambas herramientas en un proceso iterativo de cálculo para que lo programen en el lenguaje python de versiones 3.10. (TECNM, 2016).

3.1 Propósito de la Materia de Métodos Numéricos.

De acuerdo a la asignatura de la materia métodos numéricos, se le debe aportar al perfil del ingeniero la capacidad de aplicar métodos numéricos en la resolución de problemas de la ingeniería y la ciencia, auxiliándose del uso de computadoras. Su integración se ha hecho con base en un análisis de las técnicas mediante las cuales es posible formular problemas de tal forma que puedan resolverse usando operaciones aritméticas. Puesto que esta materia dará soporte a otras, más directamente vinculadas con desempeños profesionales, se inserta en la primera mitad de la trayectoria escolar. (TECNM, 2016) .

3.1.1 Temario de la materia de métodos numéricos.



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
Secretaría Académica, de Investigación e Innovación
Dirección de Docencia e Innovación Educativa

6. Temario

No.	Temas	Subtemas
1.	Introducción a los métodos numéricos	1.1 Importancia de los métodos numéricos. 1.2 Conceptos básicos: cifra significativa, precisión, exactitud, incertidumbre y sesgo. 1.3 Tipos de errores. 1.4 Software de cómputo numérico. 1.5 Métodos iterativos.
2.	Métodos de solución de ecuaciones	2.1 Métodos de intervalo. 2.2 Método de bisección. 2.3 Método de aproximaciones sucesivas. 2.4 Métodos de interpolación. 2.5 Aplicaciones.
3.	Métodos de solución de sistemas de ecuaciones.	3.1 Métodos iterativos. 3.2 Sistemas de ecuaciones no lineales. 3.3 Iteración y convergencia de sistemas de ecuaciones. 3.4 Aplicaciones
4.	Diferenciación e integración numérica	4.1 Diferenciación numérica. 4.2 Integración numérica. 4.3 Integración múltiple. 4.4 Aplicaciones.
5	Interpolación y ajuste de funciones	5.1 Polinomio de interpolación de Newton. 5.2 Polinomio de interpolación de Lagrange. 5.3 Interpolación segmentada. 5.4 Regresión y correlación 5.5 Mínimos cuadrados 5.6 Problemas de aplicación.
6	Solución de ecuaciones diferenciales	6.1 Métodos de un paso. 6.2 Método de pasos múltiples. 6.3 Sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias. 6.4 Aplicaciones

El propósito específico de la presente propuesta, es estimar una función de regresión lineal y no lineal aplicando los métodos de solución de sistemas de ecuaciones lineales. Para que, con dicha función, se haga el ajuste a los puntos observados con el mínimo de error.

3.2 Ajuste de curvas mediante los métodos: mínimos cuadrados y Gauss-Jordan.

3.2.1 Método de mínimos cuadrados

Mínimos cuadrados es una técnica de análisis numérico para la optimización matemática de un conjunto de valores reales constituidos en pares ordenados: variable dependiente y variable independiente, en una familia de funciones; de las que se considerará la función que se ajuste con precisión a los datos observados de acuerdo con el criterio de *mínimo error cuadrático*. (Kolher, 1998)

3.2.1.1 El error ϵ

Es la diferencia entre el valor de la “ y_i ” real observada y el valor de la estimada $\hat{y}_i$. (Kolher, 1998, pág. 535)

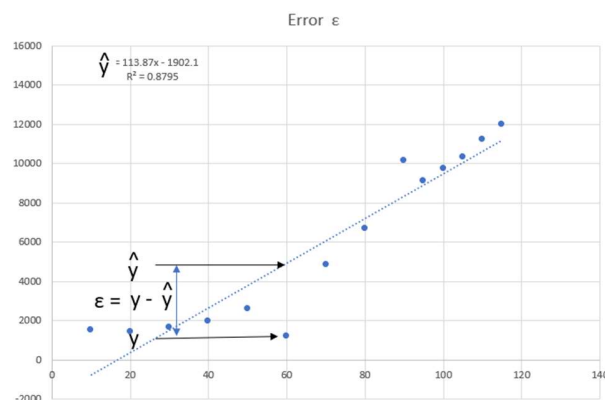


Figura 7.- El error entre el valor calculado y el valor observado.
Figura propia.

3.2.1.2 El ajuste del error ε

Es cuando la diferencia del error ε entre el valor de la “y” real observada y_i el valor de la estimada $\hat{y}_i$ es el mínimo, considerando el coeficiente de determinación, r^2 (Kolher, 1998, pág. 556).

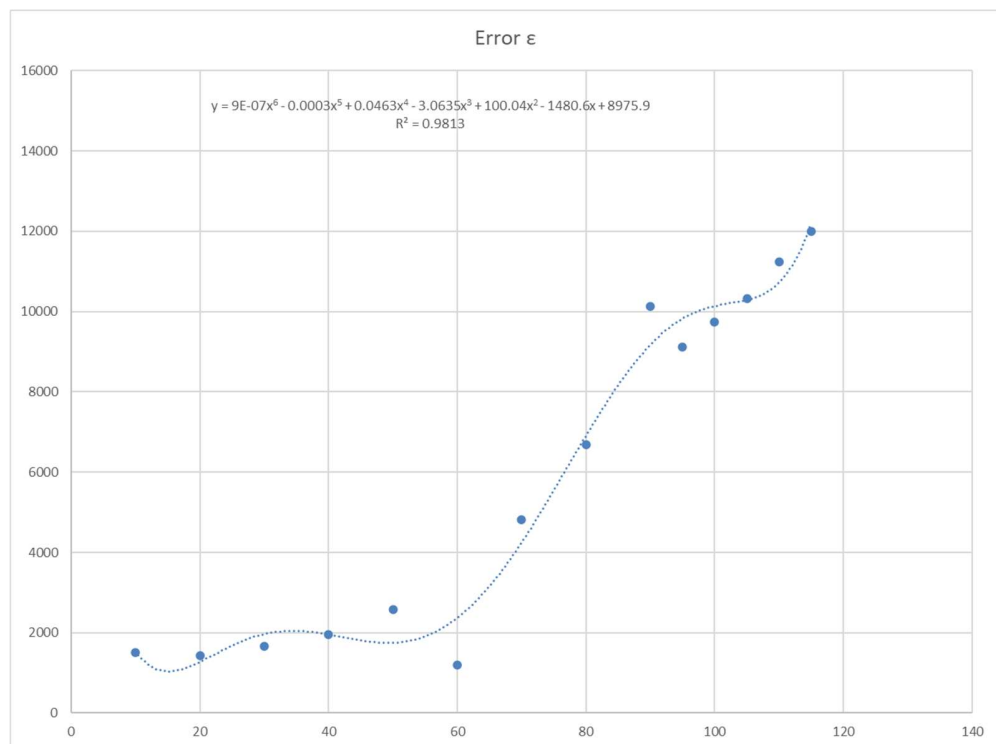


Figura 8.- Ajuste con el error mínimo.
Figura propia.

3.2.1.3 Procedimiento de cálculo para la matriz aumentada para la $\hat{y}_i$ estimada:

La fórmula polinomial que se ajusta con precisión a los valores de las observaciones (x_i, y_i) reales, está configurada con los coeficientes: $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$. (Nieves, 2003).

$$\hat{y}_i = a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 + \dots + a_nx_i^n$$

Bajo este contexto, se parte de una familia de fórmulas, de las cuales, se elige la fórmula que sea la más precisa con respecto a la cercanía de los puntos coordinados de las observaciones reales, o sea, con el mínimo error ε de la diferencia entre ellos.

Para esto, se necesita minimizar el error por medio de las derivadas parciales de la suma del cuadrado de los errores con respecto a los coeficientes $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$. Esta operación genera un sistema de ecuaciones lineales.

Para el caso de la regresión cuadrática esta es la ecuación de la $\hat{y}_i$ que favorece al tipo de ajuste que se va a calcular.

$$\hat{y}_i = a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2$$

Ecuación del error entre la diferencia de una observación real " y_i " y el valor estimado $\hat{y}_i$.

$$\varepsilon = y_i - \hat{y}_i$$

La suma de errores cuadráticos (Sr) estadísticamente es útil para obtener un valor del residuo mayor de cero.

$$Sr = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2$$

Incluyendo la fórmula de $\hat{y}_i$ cuadrática, en la fórmula del residuo: resulta la suma de errores elevados al cuadrado:

$$Sr = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2)^2$$

Aplicando la siguiente definición de las derivadas parciales, en donde:

Sea f una función de dos variables. Las primeras derivadas parciales de f con respecto a “ x ” y “ y ” son las funciones f_x y f_y definidas como sigue:

$$f_x(x, y) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h, y) - f(x, y)}{h}$$

$$f_y(x, y) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y + h) - f(x, y)}{h}$$

Siempre que los límites existan.

En $f_x(x, y)$ la variable y permanece fija, como si fuera una constante. De manera análoga, para calcular $f_y(x, y)$ la variable x es la variable fija.

Otra notación que se usa frecuentemente para las derivadas parciales es:

$$f_x = \frac{\partial}{\partial x} f(x, y) \quad y \quad f_y = \frac{\partial}{\partial y} f(x, y)$$

Por ejemplo:

$$f(x, y) = x^3 y^2$$

$$f_x = \frac{\partial}{\partial x} x^3 y^2 = 3x^2 y^2 \quad y \quad f_y = \frac{\partial}{\partial y} x^3 y^2 = 2x^3 y$$

Ahora, aplicando dicha definición por la regla de la cadena (Boyce, 2003) con respecto a los coeficientes $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$. Las ecuaciones se igualan a cero para minimizar el error, ya que existe un punto de intersección de la pendiente de cada ecuación en donde es el mínimo. Para el caso de la cuadrática tenemos el siguiente desarrollo de las derivadas parciales:

$$\frac{\partial Sr}{\partial a_0} = 2 \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2)^{2-1} (-1) = 0$$

$$\frac{\partial Sr}{\partial a_1} = 2 \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2)^{2-1} (-x_i) = 0$$

$$\frac{\partial Sr}{\partial a_2} = 2 \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2)^{2-1} (-x_i^2) = 0$$

Despejo las sumatorias: el número “dos” se divide en ambos miembros de la ecuación, simplificándose en “uno” que se multiplica por la sumatoria en el primer miembro, y en el segundo miembro, queda el cero dividido entre “dos”. También multiplico ambos miembros de las ecuaciones por -1, las ecuaciones se simplifican:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2) (1) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2) (x_i) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2) (x_i^2) = 0$$

Multiplicando los factores (1), (x_i) y (x_i^2) por sus respectivas sumatorias de las ecuaciones, y, despejando los términos de las sumatorias de las y_i (Mendehall, 1986):

$$\begin{aligned} na_0 + \sum x_i a_1 + \sum x_i^2 a_2 &= \sum y_i \\ \sum x_i a_0 + \sum x_i^2 a_1 + \sum x_i^3 a_2 &= \sum x_i y_i \\ \sum x_i^2 a_0 + \sum x_i^3 a_1 + \sum x_i^4 a_2 &= \sum x_i^2 y_i \end{aligned}$$

de donde: $n^*a_0 = \sum(1)a_0$

Se relacionan los valores de los elementos de la matriz aumentada, conforme a Nieves (2003), con el mismo orden en que están los coeficientes ubicados en el sistema de ecuaciones, en donde el valor de la sumatorias se puede calcular puesto que las x_i y las y_i son obtenidas de las observaciones reales del fenómeno físico en experimentación. Una vez definido el valor de las sumatorias se obtendrá un sistema de tres ecuaciones con las incógnitas: a_0, a_1, a_2 .

a_0	a_1	a_2	b_i
a_{11}	a_{12}	a_{13}	b_1
a_{21}	a_{22}	a_{23}	b_2
a_{31}	a_{32}	a_{33}	b_3

Tabla 5.- Matriz aumentada

3.2.2 Método de Gauss Jordan

Este procedimiento resuelve sistemas de ecuaciones lineales para obtener, en este caso, los valores de los coeficientes de la fórmula cuadrática.

Su algoritmo es un procedimiento iterativo de la eliminación escalonada, con el que se obtendrá los valores de los coeficientes: a_0, a_1, a_2 de la matriz aumentada, (Chapra, 2003):

Inicia

$n = 3$ * tres iteraciones.

$j = 1$ * control de columnas.

Repita mientras $j \leq n$

$$\frac{R_j^{(j-1)}}{a_{jj}^{(j-1)}} = R_j^{(j)} \quad \text{*Calcula el renglón pivote de la iteración } j.$$

$$i = 1 \quad \text{*Control de renglones.}$$

Repita mientras $i \leq n$ * transforma los elementos de la matriz en la iteración j .

Si $i \neq j$

$$-a_{ij}^{(j-1)}(R_j^{(j)}) + R_i^{(j-1)} = R_i^{(j)}$$

Fin Si

$$i = i + 1$$

Fin Repita mientras (i)

$$j = j + 1$$

Fin Repita (j)

Se obtienen los coeficientes: a_0, a_1, a_2 del polinomio cuadrático

$$\hat{y}_i = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2$$

3.2.3 Cálculo del coeficiente de determinación.

El cálculo del coeficiente de determinación es requerido, en este caso, para verificar si el ajuste es aceptado para una cuadrática. Para realizarlo se

obtienen dos variaciones: La variación explicada y la variación (Kolher, 1998).

La variación no explicada se obtiene de la sumatoria al cuadrado de las diferencias de los valores observados menos los valores estimados de la $\hat{y}_i$.

$$ESS = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

La variación total se obtiene de la sumatoria al cuadrado de la diferencia de los valores observados menos el promedio de los valores observados.

$$Total\ SS = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2$$

Ambas variaciones aritméticamente se relacionan para la fórmula r^2 .

$$r^2 = \frac{ESS}{Total\ SS}$$

Los valores del coeficiente de determinación (r^2) están entre los valores -1 y 1, inclusive.

$$-1 \leq r^2 \leq 1$$

Si su correlación es perfecta, pueden ocurrir dos casos: la cercanía entre los datos reales y_i y los estimados $\hat{y}_i$ generarán un coeficiente de determinación (r^2) cercano al 1, esto ocurre cuando la tendencia de los

datos es creciente. Y cuando el valor de (r^2) es cercano al -1, entonces la tendencia de los datos es decreciente.

Su correlación es imperfecta cuando la diferencia entre los datos reales y_i y los estimados $\hat{y}_i$ es lejana, por lo que los valores del coeficiente de determinación (r^2) estarán cercanos al 0.

Corolario

Estos son procedimientos de cálculo iterativos requieren de mucho cálculo, que para realizarlos con eficiencia y con resultados precisos, se requiere de un algoritmo de cálculo simplificado, para procesarlo mediante TICs.

4.- Propuesta didáctica

En este capítulo presentaremos la propuesta didáctica de este trabajo bajo el contexto de una dinámica positiva y participativa en clase de las teorías cognitivas de Juan Ignacio Pozo (2008); como también las ocho dimensiones de José Leonardo Rincón (Rincón, 2003), de las cuales se enfatiza principalmente: la cognitiva relacionándola con la Taxonomía revisada de Bloom (Solano et al, 2022); y la emocional (Gamboa Araya, 2014); para lograr una educación integral del estudiante.

La relación interactiva en etapas progresivas para conducir al estudiante hasta el aprendizaje significativo sobre la aplicación de las competencias de los dos métodos numéricos: Gauss-Jordan y regresión clásica por mínimos cuadrados, se realiza combinando el marco teórico didáctico con el marco teórico disciplinar a través de la Taxonomía revisada de Bloom; la cual nos ofrece dos dimensiones: una es la correspondiente categoría del proceso cognitivo (recordar, comprender, aplicar, analizar, evaluar y crear) y la otra es la dimensión del conocimiento (factual, conceptual, procedimental y metacognitivo).

Bajo el lineamiento que se indica en el programa de estudios SCC-1017 de la materia de métodos numéricos del Tecnológico Nacional de México que se refiere a la aplicación de las competencias de los dos métodos numéricos: Gauss Jordan para la solución de ecuaciones lineales por soluciones clásicas, como también, aproximación y ajuste de curvas incluidos en el tema de interpolación y regresión clásica, como está indicado en el programa de estudios. En la Tabla 6, se muestra la competencia específica de la unidad a la que se refiere aproximar el ajuste de curvas, dicha competencia nos indica que es del tercer nivel cognitivo (Aplicación) de acuerdo a la taxonomía revisada de Bloom.

Interpolación y ajuste de funciones	
Competencias	Actividades de aprendizaje
Aplica los métodos numéricos con el objetivo aproximar y ajustar funciones mediante el método los métodos de interpolación y regresión clásicos.	Realizar una síntesis sobre los principales métodos de interpolación existentes. Desarrollo de ejercicios que involucren cálculos numéricos para solución de problemas de interpolación. Escribirlos en el cuaderno. Elaboración de programas que implementan métodos numéricos para interpolación. Programas documentados.

Tabla 6- Competencia específica del tema V.

<https://drive.google.com/file/d/1ylj11YVuNUc-RHhzFfIXnChZY3j8l97C/view?usp=sharing>

Lo que implica que se utilizarán en el proceso cognitivo las tres primeras categorías de la Taxonomía revisada de Bloom: recordar, comprender y aplicar con la finalidad de garantizar el óptimo aprendizaje integral significativo bajo las circunstancias de un ambiente positivo, armonioso, colaborativo, respetuoso y autónomo.

4.1 Taxonomía revisada de Bloom en dimensiones

El alcance cognitivo que se expondrá con la Taxonomía revisada de Bloom es considerando el nivel cognitivo de la competencia específica del tema de ajuste de funciones, especificando las actividades de aprendizaje necesarias para superar el nivel cognitivo estimado para esa competencia específica. Finalmente lograr que el estudiante transfiera el conocimiento necesario para ajustar una función, considerando los puntos de un tiro parabólico registrado con un experimento físico.

Taxonomía revisada de Bloom en dimensiones					
Categoría de proceso cognitivo	Marco teórico	Dimensión del conocimiento			
		Factual	Conceptual	Procedimental	Metacognitivo

				Elementos básicos que el estudiantado debe conocer para familiarizarse con una disciplina o resolver problemas en ella	Interrelaciones entre los elementos básicos dentro de una estructura más grande que les permite funcionar juntos	Como hacer algo, métodos e indagación y criterios para usar habilidades, procedimientos, técnicas y métodos	Conocimiento de la cognición en general, así como conciencia y conocimiento de la propia cognición
				Conocimiento de terminología, Conocimiento de detalles y elementos específicos	Conocimiento de clasificaciones y categorías, conocimiento de principios y generalizaciones, conocimiento de teorías, modelos y estructuras	Conocimiento de habilidades y procedimientos específicos del tema, conocimiento de técnicas y métodos específicos del tema, conocimiento de los criterios para determinar cuándo usar procedimientos apropiados	Conocimiento estratégico, conocimiento sobre tareas cognitivas, incluido el apropiado conocimiento contextual y condicional, autoconocimiento
Recordar	Recuperar el conocimiento relevante de la memoria a largo plazo	Recordar Reconocer	Didáctico	*El estudiante debe tener conciencia de su madurez personal y de sus diferencias (2.2.6), para la actividad.	2.1.1.- Ambiente positivo y de aceptación. - Es necesaria la democracia y participación grupal.	2.2.1.- Aprendizaje conductual (sucesos). aceptar: su experiencia, habilidades, conocimientos; valorar su participación, respuesta positiva inmediata. 2.2.- Ambiente procedimental (estrategias). Hablar claramente del propósito y de procedimiento para alcanzarlo. 2.2.3.- Aprendizaje conductual (sucesos). Constructor de su vida sobre los sucesos. Tenerle afecto.	2.2.4.- Aprendizaje verbal (hechos y datos). Mostrar la transformación de sus habilidades, aptitudes que adquirió para la autonomía de su nueva conducta.
			Disciplinar	3.2.1.1.- Concepto del error. 3.2.1.2.- Concepto del ajuste del error.	3.2.1.3.-Reglas de las derivadas parciales para las sumatorias cuadradas para arreglos matriciales de la matriz aumentada. 3.2.2.- Reglas para las operaciones de ecuaciones de primer grado con una incógnita.	3.2.2.- Ejemplo Método de Gauss - Jordan. Grafica de Ajuste de los valores reales por la fórmula de y_i estimada.	3.1.- El estudiante recuerda sus conocimientos sobre el método de Gauss – Jordan, para integrarlos al procedimiento del ajuste de curvas.

					3.2.3.- Reglas para el cálculo del coeficiente de determinación.		
Comprender	<i>Construir el significado de los mensajes del proceso de enseñanza-aprendizaje, incluida la comunicación oral, escrita y gráfica</i>	<i>Interpretar, ejemplificar, clasificar, resumir, inferir, comparar, explicar</i>	Didáctico	2.1.2.- El estudiante reconoce sus logros cognitivos por la experiencia del proceso académico que adquirió en cada técnica del proceso de cálculo.	2.1.2.- Interactuar en equipo el intercambio de conocimientos específicos de los cálculos iterativos de cada etapa del proceso, con el uso de tics, para simplificar el proceso de cálculo iterativo (2.2.4).	2.2.1.- Aprendizaje conductual (sucesos). aceptar: su experiencia, habilidades, conocimientos; valorar su participación, respuesta positiva inmediata. 2.2.- Ambiente procedimental (estrategias). Hablar claramente del propósito y del procedimiento para alcanzarlo. 2.2.3.- Aprendizaje conductual (sucesos). Constructor de su vida sobre los sucesos. Tenerle afecto.	2.1.2.- El estudiante estará consciente de la utilidad del procedimiento iterativo logrado en equipo para su aprovechamiento específico.
			Disciplinar	*Funciones básicas de Excel: sumar, restar, multiplicar, dividir, elevar a la potencia. Funciones avanzadas: congelar celdas, copiar, pegar y repetir fórmulas.	* 3.2 derivadas parciales, Matriz aumentada, ecuaciones de segundo grado, sistema de ecuaciones lineales, método de Gauss Jordan 3.2.1.3 y 4.3 . *Uso de Excel, en las actividades 4.3 , 4.4 , 4.5 . Tracker - 6.2.0 – Windows - x64 para generar los puntos coordenados (x,y) del trayecto de la curva parabólica (4.2).	4.2.- Recolección de datos. 4.3.- Registrar el valor de los elementos de la matriz aumentada. 4.4.- Cálculo de los coeficientes de la fórmula y estimada por el método de Gauss Jordan. 4.5.- Cálculo del coeficiente de determinación.	* El estudiante aprecia la organización y estructura del proceso de cálculo en etapas, para realizar las actividades: 4.3 , 4.4 y 4.5 .

Aplicar	<i>Llevar a cabo o usar un procedimiento en una situación dada</i>	<i>Ejecutar, implementar</i>	Didáctico	2.2.7.- El estudiante es consciente de sus logros de la experiencia y conocimientos sobre un lenguaje de programación. 2.2.7.- El estudiante es experto de un código y funciones para programar en un lenguaje que facilite el proceso iterativo. 2.2.7.-Estructura el desarrollo del procedimiento iterativo lógico y matemático de cálculo en un pseudocódigo o diagrama de flujo y codifica el programa, mediante su perseverancia (2.2.7) en un equipo de trabajo, hace pruebas y lo comunica (2.2.7). 2.3.- El estudiante valorará el procedimiento de cálculo para su aprovechamiento y aplicación a proyectos de beneficio social.	
			Disciplinar	Integra librerías de Python *import numpy as np, en la actividad 4.7.1. *import matplotlib.pyplot as plt, en la actividad 4.7.1. * Hoja electrónica elaborada en los pasos:4.3, 4.4 y 4.5. en la actividad 4.6. *lenguaje Python, en las actividades: 4.6, 4.7.1 y 4.7.2. 4.6.- Desarrollar el pseudocódigo de la regresión por mínimos cuadrados y Gauss - Jordan. 4.7.- Codificación del programa por parte del estudiante. 4.7.1.- Codificación en Python. 4.7.2.- Inicia la corrida del algoritmo. *El estudiante valora: a) la precisión del cálculo de los coeficientes de la función cuadrática para el ajuste de la parábola. b) El mínimo mantenimiento del programa para adecuarlo como subrutina a otros procesos, y para fórmulas de más grado.	

Tabla 7.- Taxonomía Revisada de Bloom (Solano et al, 2022)

4.2 Recolección de datos observados.

Se empuja horizontalmente un carrito sobre una guía de aluminio, que, al pasar por un electroimán, un resorte impulsa verticalmente una pelotita; el efecto de ambas velocidades de la pelota, horizontal y vertical, generan la trayectoria de una curva parabólica que cayó en el carrito en una posición posterior sobre su misma dirección en lineal horizontal, como se muestra en la siguiente foto.



Figura 9.- Tiro parabólico de la pelota
Propia

Los puntos (x_i, y_i) que describe la parábola de la pelota, fueron registrados en unidades de $[x(\text{segundos}), y(\text{centímetros})]$ utilizando el software de licencia gratuita Tracker-6.2.0-windows-x64.

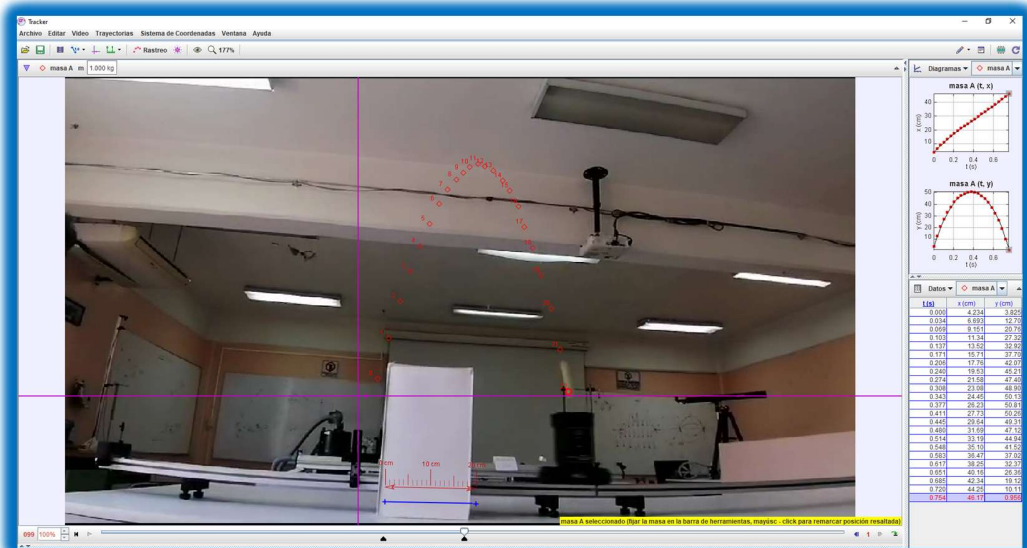


Figura 10.- Obtención de los puntos de la trayectoria curva de la parábola de la pelota.
Propia

Puntos registrados de la curva de la pelota para configurar los pares ordenados (X_i, Y_i) de la curva. Se utilizan las funciones copiar del Tracker y pegar en Excel.

No.	tiempo t (seg)	Altura y (cm)
1	0.00	3.82
2	0.03	12.70
3	0.07	20.76
4	0.10	27.32
5	0.14	32.92
6	0.17	37.70
7	0.21	42.07
8	0.24	45.21
9	0.27	47.40
10	0.31	48.90
11	0.34	50.13
12	0.38	50.81

No.	tiempo t (seg)	Altura y (cm)
13	0.41	50.26
14	0.45	49.31
15	0.48	47.12
16	0.51	44.94
17	0.55	41.52
18	0.58	37.02
19	0.62	32.37
20	0.65	26.36
21	0.69	19.12
22	0.72	10.11
23	0.75	0.96

Tabla 8.- Puntos importados de la curva parabólica del Tracker al Excel

Los puntos observados muestran una parábola



Figura 11.- Gráfica de los puntos de la curva parabólica en Excel.
Propio.

Por lo tanto, el ajuste se efectuará mediante una función de la cuadrática:

$$\hat{y}_i = a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2$$

4.3 Registrar el valor de los elementos de la matriz aumentada.

Para esto, se calculan los coeficientes a_0 , a_1 y a_2 mediante la configuración de la matriz aumentada con el proceso de cálculo de mínimos cuadrados.

a_0	a_1	a_2	solución
$a_{11} = n$	$a_{12} = \sum x_i$	$a_{13} = \sum x_i^2$	$s_1 = \sum y_i$
$a_{21} = \sum x_i$	$a_{22} = \sum x_i^2$	$a_{23} = \sum x_i^3$	$s_2 = \sum x_i y_i$
$a_{31} = \sum x_i^2$	$a_{32} = \sum x_i^3$	$a_{33} = \sum x_i^4$	$s_3 = \sum x_i^2 y_i$

Tabla 9.- Cálculos de los elementos de la matriz aumentada

Se utiliza la siguiente tabla para explicar el cálculo de los valores de los elementos de la matriz aumentada:

No.	tiempo t (seg)	Altura y (cm)	x^2	x^3	x^4	xy	x^2y
1	0.00	3.82	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.03	12.70	0.0012	0.0000	0.0000	0.4353	0.0149
3	0.07	20.76	0.0047	0.0003	0.0000	1.4229	0.0975
4	0.10	27.32	0.0106	0.0011	0.0001	2.8083	0.2887
5	0.14	32.92	0.0188	0.0026	0.0004	4.5120	0.6184
6	0.17	37.70	0.0294	0.0050	0.0009	6.4590	1.1066
7	0.21	42.07	0.0423	0.0087	0.0018	8.6495	1.7783
8	0.24	45.21	0.0575	0.0138	0.0033	10.8446	2.6013
9	0.27	47.40	0.0751	0.0206	0.0056	12.9930	3.5618
10	0.31	48.90	0.0951	0.0293	0.0090	15.0805	4.6508
11	0.34	50.13	0.1174	0.0402	0.0138	17.1773	5.8861
12	0.38	50.81	0.1421	0.0536	0.0202	19.1525	7.2192
13	0.41	50.26	0.1691	0.0695	0.0286	20.6689	8.4991
14	0.45	49.31	0.1984	0.0884	0.0394	21.9654	9.7849
15	0.48	47.12	0.2301	0.1104	0.0530	22.6066	10.8452
16	0.51	44.94	0.2642	0.1358	0.0698	23.0981	11.8724
17	0.55	41.52	0.3006	0.1648	0.0904	22.7658	12.4817
18	0.58	37.02	0.3393	0.1977	0.1152	21.5629	12.5611
19	0.62	32.37	0.3804	0.2347	0.1447	19.9669	12.3156
20	0.65	26.36	0.4239	0.2760	0.1797	17.1633	11.1744
21	0.69	19.12	0.4697	0.3219	0.2206	13.1053	8.9815
22	0.72	10.11	0.5178	0.3726	0.2681	7.2734	5.2340
23	0.75	0.96	0.5685	0.4287	0.3232	0.7209	0.5436
	Σx	Σy	Σx^2	Σx^3	Σx^4	Σxy	Σx^2y
	8.67	778.83	4.46	2.58	1.59	290.43	132.12
		prom y					
observaciones		33.86					
n = 23							

Tabla 10.- Cálculo de los mínimos cuadrados

Los valores de las sumatorias calculados en la tabla, son vertidos en la matriz aumentada en el orden indicado

a_0	a_1	a_2	solución
23.00	8.67	4.46	778.83
8.67	4.46	2.58	290.43
4.46	2.58	1.59	132.12

Tabla 11.- Matriz aumentada

4.4 Cálculo de los coeficientes de la fórmula por el método de Gauss Jordan.

Ahora, mediante el método numérico iterativo de cálculo del método de Gauss-Jordan se obtienen los valores de los coeficientes a_0 , a_1 y a_2 en la columna solución una vez obtenida la matriz identidad (Espinoza Guzmán & Rodríguez, 2016).

Primera iteración ($j = 1$)

Si ($i = j$)

$$\text{Renglón pivote } \frac{R_1^{(0)}}{a_{1,1}^{(0)}} = R_1^{(1)}$$

Si ($i \neq j$)

Transformar en ceros los valores de la primera columna

$$-a_{i1}^{(0)}(R_1^1) + R_i^{(0)} = R_i^{(1)}$$

1	0.38	0.19	33.86
0	1.19	0.90	-3.14
0	0.90	0.72	-18.78

Tabla 12.- Primera iteración (Gauss-Jordan)

Segunda iteración (j = 2)

Si (i = j)

$$\text{Renglón pivote } \frac{R_2^{(0)}}{a_{2,2}^{(1)}} = R_2^{(2)}$$

Si (i ≠ j)

Transformar en ceros los valores de la segunda columna

$$-a_{i2}^{(1)}(R_2^2) + R_i^{(1)} = R_i^{(2)}$$

1	0	-0.09	34.86
0	1	0.75	-2.64
0	0	0.05	-16.42

Tabla 13.- Segunda iteración (Gauss-Jordan)

Tercera iteración (j = 3)

Si (i = j)

$$\text{Renglón pivote } \frac{R_3^{(2)}}{a_{3,3}^{(2)}} = R_3^{(3)}$$

Si $(i \neq j)$

Transformar en ceros los valores de la tercera columna

$$-a_{i3}^{(2)}(R_3^{(3)}) + R_i^{(2)} = R_i^{(3)}$$

1	0	0	4.47
0	1	0	250.69
0	0	1	-336.03

Tabla 14.-Tercera iteración (Gauss-Jordan)

Los valores de los coeficientes son:

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.47 \\ 250.69 \\ -336.03 \end{bmatrix}$$

La función de regresión cuadrática estimada:

$$\hat{y}_i = 4.47 + 250.69x - 336.03x^2$$

Por lo que el ajuste de los puntos con la fórmula de ajuste se gráfica:



Figura 12.- Ajuste de los puntos observados de la curva parabólica.
Figura propia

4.5 Cálculo del coeficiente de determinación.

El cálculo del coeficiente de determinación es requerido, en este caso, para verificar si el ajuste es aceptado para una cuadrática. Para realizarlo se obtienen dos variaciones: La variación no explicada y la total variación. (Kolher, 1998).

La variación no explicada se obtiene de la sumatoria al cuadrado de las diferencias de los valores observados menos los valores estimados de la y .

$$ESS = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

La variación total se obtiene de la sumatoria al cuadrado de la diferencia de los valores observados menos el promedio de los valores observados.

$$Total\ SS = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

Ambas variaciones aritméticamente se relacionan para la fórmula r^2 .

$$r^2 = 1 - \frac{\text{variación no explicada}}{\text{variación total}}$$

$$r^2 = 1 - \frac{ESS}{Total\ SS}$$

$$r^2 = 1 - \frac{10.37}{5,534.98}$$

$$r^2 = 0.9981$$

No.	tiempo	Altura	$\hat{y}$	$(y - \hat{y})^2$	$(y - \text{prom } y)^2$
	t (seg)	y (cm)			
1	0.00	3.82	4.47	0.42	902.27
2	0.03	12.70	12.67	0.00	447.72
3	0.07	20.76	20.08	0.47	171.63
4	0.10	27.32	26.69	0.39	42.83
5	0.14	32.92	32.52	0.16	0.89
6	0.17	37.70	37.56	0.02	14.72
7	0.21	42.07	41.81	0.07	67.36
8	0.24	45.21	45.27	0.00	128.80
9	0.27	47.40	47.94	0.30	183.18
10	0.31	48.90	49.83	0.86	226.10
11	0.34	50.13	50.92	0.63	264.58
12	0.38	50.81	51.22	0.17	287.27
13	0.41	50.26	50.74	0.23	269.05
14	0.45	49.31	49.47	0.02	238.59
15	0.48	47.12	47.40	0.08	175.86
16	0.51	44.94	44.55	0.15	122.67
17	0.55	41.52	40.91	0.38	58.69
18	0.58	37.02	36.48	0.29	9.94
19	0.62	32.37	31.26	1.23	2.22
20	0.65	26.36	25.25	1.23	56.26
21	0.69	19.12	18.45	0.45	217.26
22	0.72	10.11	10.87	0.58	564.28
23	0.75	0.96	2.46	2.25	1,082.82
promedio=		33.86		$\Sigma(y - \hat{y})^2$	$\Sigma(y - \text{prom } y)^2$
				10.37	5,534.98
				ESS	Total SS

Tabla 15.- Cálculo coeficiente de determinación

Conclusión

Dado que el coeficiente de determinación es 0.998 el ajuste es el apropiado de una cuadrática ya que está cerca del 1.

4.6 Desarrollar el pseudocódigo de la regresión por mínimos cuadrados y Gauss – Jordan.

El profesor induce al estudiante a conceptualizar los procesos iterativos de cálculo de ambos métodos, la de mínimos cuadrados y Gauss-Jordan, mediante la descripción del algoritmo mediante un pseudocódigo, o bien, en diagrama de flujo. El profesor participa con los estudiantes en la elaboración de la secuencia conceptual de las rutinas iterativas tomando como referencia los cálculos que se realizaron en Excel:

Algoritmo para Aproximar la interpolación por el Método de Mínimos Cuadrados.

```
DECLARA i, j, k, x, y, n, m, ik, jk : ENTERO.
DECLARA sumak, sumaj, interpolar, akk, nun_pivote : REAL.
m = 23 ** Cantidad de observaciones discretas.
DECLARA x[1, .., m] ARREGLO.
DECLARA Y[1, .., m] ARREGLO.
n = 2 ** Polinomio de segundo grado.
DECLARA A[1..n+1, 1..n+2] ARREGLO.
```

***Captura observaciones discretas en los vectores x[k] y y[k].**

k	x[k]	y[k]
No.	tiempo	Altura
	t (seg)	y (cm)
1	0.00	3.82
:	:	:
:	:	:
23	0.75	0.96

Registrar en la matriz cuadrada los valores que se calcularán por el método de mínimos cuadrados.

```
i = 1
MIENTRAS i ≤ n + 1    * Calcula las  $\sum x^{(i+j-2)}$  de la matriz aumentada .
  j = 1
  MIENTRAS j ≤ n + 1
    sumak = 0
    k = 1
    MIENTRAS k ≤ m
      sumak = sumak + x[k]^(i + j - 2)
      k = k + 1
    FIN
    A[i, j] = sumak
    j = j + 1
  FIN
  k = 1
  sumak = 0
  MIENTRAS k ≤ m    * Calcula las  $\sum x^{(i-1)} * Y$ .
    sumak = sumak + y[k]*x[k]^(i - 1)
    k = k + 1
  FIN
  A[i, j] = sumak
  i = i + 1
FIN
```

*Calcular los valores del término independiente y los coeficientes, a_i , del polinomio para interpolar un valor de x dentro del intervalo (a,b) por el método de Gauss – Jordan.

$j = 1$

* Calcula los valores del renglón pivote

REPITE MIENTRAS $j \leq n+1$

$jk = 1$

$akk = A[j,j]$

 REPITE MIENTRAS $jk \leq n + 2$

$A[j,jk] = A[j,jk]/akk$

$jk = jk + 1$

 FIN

*Calcula los valores de la matriz identidad y los valores de a_i .

$ik = 1$

 REPITE MIENTRAS $ik \leq n+1$

 SI $ik \neq j$

$jk = 1$

$num_pivote = - A[ik,j]$

 REPITE MIENTRAS $jk \leq n+2$

$A[ik, jk] = num_pivote * A[j,jk] + A[ik,jk]$

$jk = jk + 1$

 FIN

 FIN

$ik = ik + 1$

 FIN

$j = j + 1$

FIN

*Calcular el coeficiente de determinación.

$i = 1$

ESS = 0 *Variación no explicada.

TOTALSS = * Total de variación.

REPITE MIENTRAS $i \leq m$ **Calcula el ESS y TOTALSS.

$k = 1$

 YESTIMADA = 0 **Calcular $\hat{Y}_i = a_0 + a_1x + a_2x^2 \dots a_nx^n$

 MIENTRAS $k \leq n + 1$

 YESTIMADA = YESTIMADA + $A[k,n+2] * X[I]^{(k-1)}$ ** $a_k * X^{k-1}$

$k = k + 1$

 FIN

 ESS = ESS + $(Y[i] - YESTIMADA)^2$

 TOTALSS = TOTALSS + $(Y[I] - PROMEDIO)^2$

$i = i + 1$

FIN

DESPLIEGA «Coeficiente de determinación», $1 - ESS/TSS$

A continuación, el estudiante codifica el programa. Finalmente, el estudiante con su habilidad y su estilo para programar, que desarrolló en semestres anteriores, codifica el algoritmo en python y lo entrega con los resultados de la corrida para su evaluación.

4.6.1 codificación en Python.

```
#Estudiante: _____
#Carrera: Ingeniería en Tecnologías de la Información y Comunicaciones
#No. de Control: _____

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Definición de variables

m = 23 # Cantidad de observaciones discretas
n = 2 # Grado del polinomio (puedes ajustar según lo que necesites)

# Inicialización de los vectores t (tiempo) y y (altura) con los datos proporcionados

t = np.array([0.00000, 0.03427, 0.06853, 0.10280, 0.13707, 0.17133, 0.20560, 0.23987, 0.27413,
0.30840, 0.34267, 0.37693, 0.41120, 0.44547, 0.47973, 0.51400, 0.54827, 0.58253, 0.61680,
0.65107, 0.68533, 0.71960, 0.75400])

y = np.array([3.82450, 12.70282, 20.76159, 27.31789, 32.91805, 37.69868, 42.06955, 45.21110,
47.39653, 48.89902, 50.12832, 50.81127, 50.26491, 49.30879, 47.12335, 44.93792, 41.52319,
37.01574, 32.37170, 26.36176, 19.12252, 10.10762, 0.95613])

# Inicialización de la matriz A (n+1) x (n+2)
A = np.zeros((n+1, n+2))

# Llenado de la matriz aumentada A
print("Paso 1: Llenado de la matriz aumentada:")
for i in range(n+1):
    for j in range(n+1):
        sumak = 0
        for k in range(m):
            sumak += t[k]**(i + j)
        A[i, j] = sumak
        print(f" A[{i},{j}] =  $\sum t[k]^{(i)+\{j\}} = \{A[i,j] : .4f\}")$ ")

# Cálculo de la columna adicional (lado derecho)
sumak = 0
for k in range(m):
    sumak += y[k] * (t[k]**i)
A[i, n+1] = sumak
print(f" A[{i},{n+1}] =  $\sum t[k]^i * y[k] = \{A[i,n+1] : .4f\}")$ ")
```

```

print("\nMatriz aumentada A después del llenado:\n", A)

# Resolución por el método de Gauss-Jordan
print("\nPaso 2: Resolución por el método de Gauss-Jordan:")
for j in range(n+1):
    akk = A[j, j]
    print(f" Normalizando el renglón pivote {j}: Dividir por A[{j},{j}] = {akk:.4f}")
    A[j, :] = A[j, :] / akk # Normalización del renglón pivote
    print(f" Fila {j} después de normalización:", A[j, :])

    for ik in range(n+1):
        if ik != j:
            num_pivote = -A[ik, j]
            print(f" Restando {num_pivote:.4f} veces la fila {j} de la fila {ik}")
            A[ik, :] += num_pivote * A[j, :]
            print(f" Fila {ik} después de restar:", A[ik, :])

print("\nMatriz después del método de Gauss-Jordan:\n", A)

# Extraer los coeficientes del polinomio
coeficientes = A[:, -1]
print("\nPaso 3: Coeficientes del polinomio obtenidos:")
for i, coef in enumerate(coeficientes):
    print(f" Coeficiente a{i} = {coef:.4f}")

# Calcular el coeficiente de determinación (R^2)
ESS = 0 # Variación no explicada
TOTALSS = 0 # Total de variación
promedio_y = np.mean(y)

print("\nPaso 4: Cálculo del coeficiente de determinación (R^2):")
for i in range(m):
    y_estimada = sum(coeficientes[k] * (t[i]**k) for k in range(n+1))
    print(f" Y estimada para t[{i}] = {t[i]}: {y_estimada:.4f}")
    ESS += (y[i] - y_estimada)**2
    TOTALSS += (y[i] - promedio_y)**2

r2 = 1 - ESS / TOTALSS
print(f"\nCoeficiente de determinación (R^2): {r2:.4f}")

# Graficar los puntos registrados
plt.figure(figsize=(8, 6))
plt.scatter(t, y, color='blue', label="Datos originales", zorder=5)
plt.title("Altura vs Tiempo de la Pelota")
plt.xlabel("Tiempo (segundos)")
plt.ylabel("Altura (cm)")
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()

```

Termina la codificación

4.6.2 Inicia la corrida del algoritmo

Paso 1: Llenado de la matriz aumentada:

$$\begin{aligned} A[0,0] &= \sum t[k]^{(0+0)} = 23.0000 \\ A[0,1] &= \sum t[k]^{(0+1)} = 8.6696 \\ A[0,2] &= \sum t[k]^{(0+2)} = 4.4563 \\ A[0,3] &= \sum t[k]^0 * y[k] = 778.8329 \\ A[1,0] &= \sum t[k]^{(1+0)} = 8.6696 \\ A[1,1] &= \sum t[k]^{(1+1)} = 4.4563 \\ A[1,2] &= \sum t[k]^{(1+2)} = 2.5757 \\ A[1,3] &= \sum t[k]^1 * y[k] = 290.4323 \\ A[2,0] &= \sum t[k]^{(2+0)} = 4.4563 \\ A[2,1] &= \sum t[k]^{(2+1)} = 2.5757 \\ A[2,2] &= \sum t[k]^{(2+2)} = 1.5877 \\ A[2,3] &= \sum t[k]^2 * y[k] = 132.1171 \end{aligned}$$

Matriz aumentada A después del llenado:

```
[[ 23.      8.6696   4.45630532 778.83295 ]
 [ 8.6696   4.45630532 2.57569639 290.43231574]
 [ 4.45630532 2.57569639 1.58773079 132.11707603]]
```

Paso 2: Resolución por el método de Gauss-Jordan:

Normalizando el renglón pivote 0: Dividir por $A[0,0] = 23.0000$

Fila 0 después de normalización: [1. 0.37693913 0.19375241 33.86230217]

Restando -8.6696 veces la fila 0 de la fila 1

Fila 1 después de restar: [0. 1.18839383 0.89594054 -3.14029918]

Restando -4.4563 veces la fila 0 de la fila 2

Fila 2 después de restar: [0. 0.89594054 0.72431092 -18.78368118]

Normalizando el renglón pivote 1: Dividir por $A[1,1] = 1.1884$

Fila 1 después de normalización: [0. 1. 0.75390878 -2.64247348]

Restando -0.3769 veces la fila 1 de la fila 0

Fila 0 después de restar: [1. 0. -0.09042531 34.85835383]

Restando -0.8959 veces la fila 1 de la fila 2

Fila 2 después de restar: [0. 0. 0.04885348 -16.41618206]

Normalizando el renglón pivote 2: Dividir por $A[2,2] = 0.0489$

Fila 2 después de normalización: [0. 0. 1. -336.02889841]

Restando 0.0904 veces la fila 2 de la fila 0

Fila 0 después de restar: [1. 0. 0. 4.47283516]

Restando -0.7539 veces la fila 2 de la fila 1

Fila 1 después de restar: [0. 1. 0. 250.69266261]

Matriz después del método de Gauss-Jordan:

```
[[ 1.      0.      0.      4.47283516]
 [ 0.      1.      0.      250.69266261]
 [ 0.      0.      1.     -336.02889841]]
```

Paso 3: Coeficientes del polinomio obtenidos:

Coeficiente $a_0 = 4.4728$

Coeficiente $a_1 = 250.6927$

Coeficiente $a_2 = -336.0289$

Paso 4: Cálculo del coeficiente de determinación (R^2):

Y estimada para $t[0] = 0.0$: 4.4728
 Y estimada para $t[1] = 0.03427$: 12.6694
 Y estimada para $t[2] = 0.06853$: 20.0747
 Y estimada para $t[3] = 0.1028$: 26.6929
 Y estimada para $t[4] = 0.13707$: 32.5219
 Y estimada para $t[5] = 0.17133$: 37.5602
 Y estimada para $t[6] = 0.2056$: 41.8108
 Y estimada para $t[7] = 0.23987$: 45.2722
 Y estimada para $t[8] = 0.27413$: 47.9436
 Y estimada para $t[9] = 0.3084$: 49.8266
 Y estimada para $t[10] = 0.34267$: 50.9203
 Y estimada para $t[11] = 0.37693$: 51.2247
 Y estimada para $t[12] = 0.4112$: 50.7401
 Y estimada para $t[13] = 0.44547$: 49.4661
 Y estimada para $t[14] = 0.47973$: 47.4036
 Y estimada para $t[15] = 0.514$: 44.5514
 Y estimada para $t[16] = 0.54827$: 40.9098
 Y estimada para $t[17] = 0.58253$: 36.4804
 Y estimada para $t[18] = 0.6168$: 31.2605
 Y estimada para $t[19] = 0.65107$: 25.2513
 Y estimada para $t[20] = 0.68533$: 18.4549
 Y estimada para $t[21] = 0.7196$: 10.8674
 Y estimada para $t[22] = 0.754$: 2.4573

Coeficiente de determinación (R^2): 0.9981

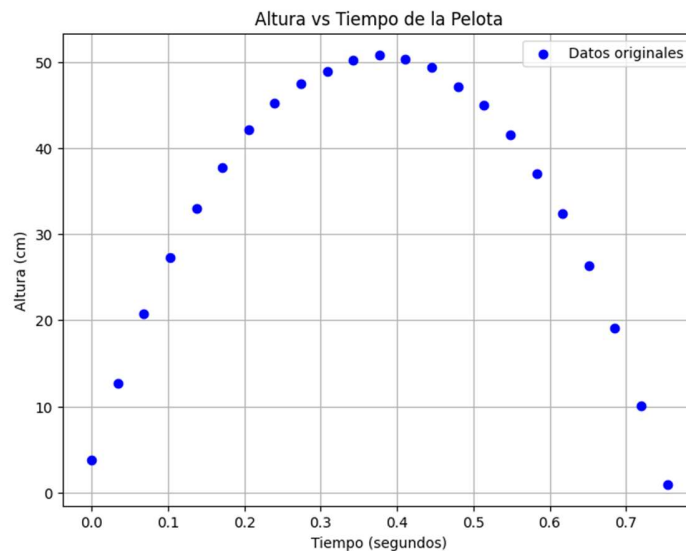


Figura 13.- Curva ajustada del tiro parabólico
 Figura propia

Termina corrida

4.7 Corolario

La aplicación de la integración de los dos métodos algorítmicos clásicos iterativos Gauss Jordan e Interpolación y ajuste de funciones, por estudiantes de la carrera de sistemas computacionales, se inicia con la comprensión de la lógica matemática rutinaria de cada etapa de desarrollo de estos dos métodos. Aterrizándolos en Excel, le ayudará al estudiante a la comprensión de la estructura y la secuencia de las operaciones, con las que configurará un algoritmo optimo. El cual, será programado lo más simple posible en phyton; cuya finalidad, es generar el modelo matemático de los fenómenos observados en el campo de la ingeniería y/o la ciencia.

Para que el estudiante programe sistemas computacionales durante su desarrollo académico, es necesaria su experiencia para la colaboración dinámica y participativa en un equipo de trabajo organizado para crear, mantener y garantizar resultados con la precisión requerida para resolver un problema específico.

5.- Implementación de la propuesta didáctica.

La secuencia del orden progresivo de las actividades de enseñanza – aprendizaje de esta propuesta didáctica, está determinada en esta instrumentación didáctica, que incluye la regresión (clásica) en el Tema V de la materia Métodos Numéricos (TECNM, 2016); la cuál, se planea su desarrollo en razón a la complejidad de los conocimientos que lo conforman. Bajo este esquema, al estudiante se le guiará en la cimentación del conocimiento partiendo del reforzamiento de lo que sabe (Método de eliminación escalonada de Gauss-Jordan) o, de ser necesario empatizar a partir de lo que se le facilita hasta integrarlos a lo que se le enseñó (Regresión clásica).

Conforme al formato de la Taxonomía Revisada de Bloom (Solano et al, 2022) se configuró esta organización progresiva de dichas actividades para el desarrollo del conocimiento conforme a las teorías didáctica y disciplinar. Este esquema, es la guía para la elaboración de la implementación de esta propuesta didáctica.

TecNM/INSTITUTO TECNOLÓGICO DE SAN JUAN DEL RÍO INSTRUMENTACIÓN DIDÁCTICA PARA LA FORMACIÓN Y DESARROLLO DE COMPETENCIAS

Periodo: _____ Enero-junio 2025.

Nombre de la asignatura: _____ METODOS NUMERICOS.

Clave de la asignatura: _____ SCC-1017.

Horas teoría-Horas práctica-Créditos: __2-2-4.

Nombre del Programa Educativo: _____ INGENIERIA EN SISTEMAS COMPUTACIONALES.

Plan de Estudios: _____ ISIC-2010-224.

INTERPOLACION Y AJUSTE DE FUNCIONES

Análisis por competencias específicas:

Competencia No. 5: Aplica los métodos numéricos con el objetivo de aproximar y ajustar funciones mediante los métodos de interpolación y regresión clásicos.

Descripción: Con el uso de un lenguaje de programación se aplicarán Métodos Numéricos en la solución de ecuaciones.

TEMAS Y SUBTEMAS PARA DESARROLLAR LA COMPETENCIA ESPECÍFICA	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	ACTIVIDADES DE ENSEÑANZA	DESARROLLO DE COMPETENCIAS GENÉRICAS	HORAS TEÓRICO-PRÁCTICA
---	----------------------------	--------------------------	--------------------------------------	------------------------

5.1 Polinomio de interpolación de Newton.	El estudiante se siente valorado por el profesor al desearle un buen día (2.2.1) .	Se saluda para romper el hielo (2.1.1) .	Para lograr que el aprendizaje sea autónomo. El estudiante debe comprender la importancia de integrarse al grupo de trabajo, respetando el nivel de conocimientos de cada integrante para que cada uno se sienta aceptado y tenga la confianza en preguntar conforme a su nivel de conocimientos (2.1.1) . Como también se interesa por escuchar a sus compañeros y retroalimentarlos con criterio propio o adquirido en la reunión de trabajo.	4T 4P
5.2 Polinomio de interpolación de Lagrange.	El estudiante es consciente de sus límites y habilidades personales, sus conocimientos y capacidad para mejorar sus actitudes para coordinarse con su equipo para lograr aplicar un algoritmo iterativo para el ajuste de una curva en el programa Python (2.2.7) .	Repasarle al estudiante el concepto del error y como se calcula (3.2.1.1) , como también, el concepto de la minimización del error mediante el ajuste de una curva (3.2.1.2) .		
5.3 Interpolación segmentada.		Es importante recordarles sobre el uso de las reglas para minimizar el error mediante las derivadas parciales para obtener la suma de los cuadrados para calcular los elementos de la matriz aumentada $Ax = B$ (3.2.1.3) .		
5.4 Regresión y correlación	El estudiante toma nota y se da cuenta de la importancia que tiene la integración de ambos métodos para simplificar el procedimiento iterativo de cálculo del algoritmo para obtener un ajuste de curvas con resultados precisos, utilizando el Python (3.1) .	Se le expone al estudiante la importancia de emplear la lógica y el razonamiento matemático sobre el método de Gauss – Jordan que adquirió en las materias de álgebra lineal y que aplicó en programación Python en este curso (3.2.2) ; para integrar dicho programa, al método de regresión clásico para ajuste de curvas (3.2) .	Comprende el objetivo y la importancia de elaborar un procedimiento sencillo y eficiente para evitar el acarreo de errores (2.1.1.2) .	
5.5 Mínimos cuadrados	El estudiante se integra a un equipo de trabajo en donde interactúan con sus puntos particulares para organizar sus actividades seleccionadas conforme al criterio determinado por ellos para desempeñarse en cada una de las etapas planeadas con su reflexión, análisis, razonamiento y decisión, para lograr el objetivo en un tiempo comprendido de cuatro horas presenciales y el resto que se requieran en casa (2.1.2) .	Se le expone las reglas para calcular la correlación de los datos reales con el ajuste de la curva (3.2.3) y la gráfica de ajuste.	Consciente de su nivel de conocimientos, investiga y trabaja en equipo para resolver sus dudas, analizar los datos obtenidos, reflexionar los cálculos de mucha aritmética e iterativos que requiere de mucho tiempo para realizarse, razonar y discernir la información para recaudar la relevante y necesaria para tratar un problema incluyendo estos cálculos que simplifiquen el procedimiento (2.1.1.4) .	
5.6 Problemas de aplicación.	Los equipos de trabajo acuden al laboratorio para filmar con su celular o una cámara de alta velocidad la curva parabólica generada por un móvil (2.2.3) . Los estudiantes instalan en sus computadoras y aprenden la técnica del Tracker - 6.2.0 – Windows - x64 para generar los puntos coordenados (x,y) del trayecto de la curva parabólica de la pelota que fue desplegada del video (4.2) . Los estudiantes migran el valor de las coordenadas (x,y) obtenidas de Tracker en el formato de mínimos cuadrados que configuraron con las técnicas aritméticas de Excel conforme a la explicación del procedimiento de cálculo de este tema, para obtener el valor de los elementos de la matriz aumentada (4.2) . Los estudiantes configuran con fórmulas aritméticas pertinentes de Excel para configurar el proceso de cálculo iterativo de la eliminación escalonada del método de Gauss – Jordan, conforme la previa recordatoria de su cálculo. Deben aprender a dominar las técnicas para	Se muestra la planeación para obtener los datos en el laboratorio, integrarlos en la matriz de mínimos cuadrados para realizar el proceso iterativo de cálculo de los elementos de la matriz aumentada para obtener los coeficientes de la función cuadrática por el método iterativo de Gauss – Jordan (3.1) . El alumno consciente de lo que sabe y carece, se le debe inculcar la apertura de interactuar sus conocimientos en equipo para aprender y ampliar su criterio para filtrar la información, analizar el proceso de cálculo, reflexionar en las iteraciones de cálculo para simplificar el algoritmo, razonar y lograr aplicar el método de ajuste de curvas utilizando el lenguaje Python (2.1.2) . Se inicia con la recolección de datos en el laboratorio mediante la grabación de un video para obtener los puntos del recorrido del tiro parabólico, de un móvil,	Comprende la secuencia de cálculo que exponen sus compañeros para el procedimiento en Excel, y tie El alumno consciente de lo que sabe y carece, se le debe inculcar la apertura de interactuar sus conocimientos en equipo para aprender y ampliar su criterio para filtrar la información, analizar el proceso de cálculo, reflexionar en las iteraciones de cálculo para simplificar el algoritmo, razonar y lograr aplicar el método	

	replicar las fórmulas de los renglones iterativos para lograr la estructuración de este proceso de manera eficiente. Deben utilizar el criterio en base a sus conocimientos y habilidades experimentales de cálculo de dicho método para verificar los resultados de cada etapa del proceso que debe contribuir a la obtención de los coeficientes de la función cuadrática con la que se ajustarán los puntos observados (2.2.7). El estudiante aprende a simplificar una estructura del algoritmo iterativo del método de regresión lineal, con la visión matricial que muestra el Excel; ya que esta organización matricial de los procedimientos de la integración de los métodos facilita visualizar la prioridad y jerarquía de los cálculos, la ubicación de los procesos de los procedimientos iterativos, la precisión de los resultados de cada etapa. Así como la estrategia para desarrollar el programa en Python (2.2.7). El estudiante codifica el algoritmo para realizar las corridas necesarias y verificar su eficacia comparando la precisión de los resultados obtenidos con los que se generaron en la hoja electrónica para corregir errores, hasta entregarlo con la precisión requerida para el ajuste de la curva (2.2.7). El estudiante reporta su trabajo entregando el programa fuente en digital, la corrida y la precisión del ajuste de la curva (2.2.7).	que se mueve linealmente sobre un riel y expulsa una pelota, que, al subir y bajar a una velocidad horizontal constante, crea una curva parabólica (4.2). Explicar a los estudiantes la utilización del software de licencia gratuita Tracker-6.2.0-windows-x64, para obtener las coordenadas del recorrido de los puntos (x, y) de la curva parabólica (4.2). Explicar a los estudiantes la importación de las coordenadas (x,y) en el formato de mínimos cuadrados en Excel (4.2). Explicar el procedimiento iterativo de cálculo para obtener los elementos de la matriz aumentada mediante las sumas de los cuadrados, para ser registrados en su respectiva ubicación de dicha matriz, en Excel (4.3). Explicar el procedimiento iterativo de cálculo de eliminación escalonada de Gauss - Jordan para obtener los coeficientes de la función cuadrática, para ajustar los puntos del recorrido de la curva parabólica, en Excel (4.4). Explicar el procedimiento iterativo de cálculo para obtener el valor del coeficiente de correlación del ajuste de los puntos reales con respecto a la función cuadrática (4.5). Al estudiante se le muestra la organización del proceso de cálculo para ser estructurado en un diagrama de flujo o en un algoritmo simplificado (4.6). Se le solicita al estudiante codificar en pasos el algoritmo en el lenguaje Python (4.7).	de ajuste de curvas utilizando el lenguaje Python (2.1.2). Tiene el criterio para discernir la información requerida en acuerdo con su equipo para retroalimentarlos y establecer un criterio común y democrático (2.2.3). Define el procedimiento eficiente, lo expone paso a paso en una hoja electrónica y PowerPoint, y concluye mostrando la precisión o exactitud de los resultados (2.2.7). Contribuyen aportando sus conocimientos y habilidades para codificar el algoritmo en Python. Realizan las corridas de prueba verificando entre ellos los resultados que se generaron en el Excel para demostrar la veracidad de la precisión de los datos (2.2.7). Valora el aprendizaje significativo, manifestando su estado emocional a su equipo de trabajo (2.13).	
--	---	---	---	--

Tabla 16.- Instrumentación didáctica tema V (regresión clásica)

6.- Conclusiones

Se hace una propuesta didáctica estructurada sobre la base de la Taxonomía de Bloom (Solano et al, 2022). para el desarrollo estratégico del conocimiento, desde la perspectiva del marco teórico didáctico como del marco teórico disciplinar. Esta se opera en tres ejes; en uno, están contempladas las dimensiones: factual, conceptual, procedimental y metacognitivo. En el segundo, está el eje de las categorías del proceso cognitivo, que dado a los alcances del programa de estudios se consideraron: recordar, comprender y aplicar. A estos dos ejes, agregué otro más: las ocho dimensiones de (Rincón, 2003).

Bajo este esquema propuesto se empatizará, al grupo o estudiante, conforme al nivel del punto estratégico de partida especificada por la intersección de los tres ejes; con este arranque, se enfatizarán aquellas actividades que requieran de más información para asegurar la comprensión y aplicación; las cuales se lograrán con su propio nivel de análisis, reflexión y criterio, del estudiante; ya sea que se ubique en la etapa factual, conceptual, procedimental o metacognitiva; bajo su desempeño personal, medido bajo el contexto de las dimensiones de José Leonardo Rincón (2003), Juan Ignacio Pozo (2008).

El proceso se efectuará con actividades que inician con una práctica de laboratorio para obtener el fenómeno físico de una pelota que tiene un movimiento vertical, hacia arriba y hacia abajo, como un movimiento uniforme horizontal, que combinados formarán una curva parabólica, que será ajustada. Los grupos se organizarán para llevar a cabo un plan de actividades que las programarán para cumplir puntualmente con el reporte. Deberán evaluar sus conocimientos, habilidades y destrezas para asignarse el compromiso de dirigir con responsabilidad las actividades en donde son competentes.

7.- Referencias

- Alvarez et al. (s.f.). Crónica del petróleo en México: De 1863 a nuestros días. doi:<https://petroleo.colmex.mx/>
- Boyce, W. E. (2003). Cálculo (tercera ed.). México: Compañía Editorial Continental.
- Bru, R. (2010). Álgebra Lineal. Colombia: Alfomega, S. A.
- Chapra, S. C. (2003). Métodos Numéricos para Ingenieros (Cuarta ed.). México: McGraw-Hill Interamericana.
- Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos [Const]. Art. 3 de 1917. Reforma del 15 de mayo de 2019. Obtenido de <https://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/pdf/CPEUM.pdf>
- Espinoza Guzmán, A., y Rodríguez, R. (2016). Comparativo de los Métodos de Mínimos Cuadrados y Eliminación de Gauss Jordan para la Resolución de Sistemas de Ecuaciones en el tema de Regresión Lineal. Conciencia Tecnológica, 2016(52), 41-55 Obtenido de <https://www.redalyc.org/journal/944/94451204007/94451204007.pdf>
- Gamboa Araya, R. (2014). Relación entre la dimensión afectiva y el aprendizaje de las matemáticas. Revista Electrónica Educare, 18(2) doi:<https://doi.org/10.15359/ree.18-2.6>
- Guevara Niebla, G. (1985). La Educación Socialista en México (1934 - 1945). El Caballito. Historia de los Institutos Tecnológicos. (s.f.). Obtenido de <https://www.smarcos.tecnm.mx/tecnologico.php>
- Kolher, H. (1998). Estadística para Economía y Negocios. México: Compañía Editorial Continental, S. A. de C. V.
- Learn Statistics. (s.f.). ¿Que es la Regresión Cuadrática? Obtenido de <https://es.statisticseasily.com/glosario/%C2%BFQu%C3%A9-es-la-regresi%C3%B3n-cuadr%C3%A1tica-explicada-en-detalle%3F/>
- Salas, L. (1992). Diseño educativo de un curso en línea con las dimensiones del aprendizaje en una plataforma en código abierto. Obtenido de https://drive.google.com/file/d/10wuEWnplmUMsnje0ZeOnNZhhMdSubtb_/view?usp=sharing
- Mendehall, W. (1986). Estadística Matemática con Aplicaciones. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

- México Desconocido. (s.f.). La historia del Instituto Politécnico Nacional, una de las mejores escuelas de Latinoamérica. (M. desconocido, Productor) Obtenido de <https://www.mexicodesconocido.com.mx/instituto-politecnico-nacional.html>
- Nieves, A. (2003). Métodos Numéricos Aplicados a la Ingeniería. (Segunda ed.). México: Compañía Editorial Continental.
- Pozo, J. I. (2008). Aprendices y Maestros: la psicología cognitiva del aprendizaje. (Segunda edición ed.). Madrid: Alianza Editorial S. A.
- Rincón, J. L. (2003). El Perfil del estudiante que queremos formar en una Institución Ignaciana. Río Janeiro Brasil: Asociación de Colegios Jesuitas de Colombia.
- Sánchez Contreras, M. L. (2019). Taxonomía Socioformativa: Un referente para la didáctica y la evaluación. (Forhum International Journal of Social Sciences and Humanities 1(1), 100-115.) doi:<https://doi.org/10.35766/jf19119>
- Secretaría de Economía. (s.f.). Municipio de San Juan del Río. Obtenido de <https://www.economia.gob.mx/datamexico/es/profile/geo/san-juan-del-rio-22016>
- Solano et al, G. (2022). Taxonomía revisada de Bloom como apoyo para la redacción de resultados de aprendizaje y alineamiento constructivo. Obtenido de <https://drive.google.com/file/d/1ULf7uxu-EWpuEMd7eJlcbh6ihfdEx0GV/view?usp=sharing>
- Swokowski, E. (1982). Cálculo con Geometría Analítica. (Segunda ed.). (W. &. Prindle, Ed.) Boston, Massachusetts, EUA: Iberoamérica.
- TECNM. (2016). Instrumentación Didáctica de la Materia de Métodos Numéricos. Obtenido de <https://drive.google.com/file/d/1ylj11YVuNUc-RHhzFfIXnChZY3j8l97C/view?usp=sharing>
- Tecnológico Nacional de México. San Juan del Río. (2025). (s.f.). Nuestra Institución. Secretaría de Educación Pública. Obtenido de <https://itsanjuan.edu.mx/nuestrainstitucion.php>
- Tecnológico Nacional de México. (2025). Breve Historia de los Institutos Tecnológicos. Secretaría de Educación Pública. Obtenido de <https://www.tecnm.mx/?vista=Historia>
- Trelles, f. (2015). La Historia de la Electricidad en México, una Asignatura Pendiente. (UNAM, Editor) Obtenido de <https://www.diadelaluz.unam.mx/leer/120/la-historia-de-la-electricidad-en-mexico-una-asignatura-pendiente#:~:text=Menciona%20que%20tomando%20como%20base,hacia%20la%20%C3%A9cada%20de%201880.>

-
- Martínez, G., y Suárez Vargas, J. (2017). La dimensión cognitiva. Importancia y trascendencia en la educación básica, secundaria y media técnica en las ciudadelas. (Revista Boletín Redipe, 6(6), 107-112) Obtenido de <https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/247>
- Valles Baca, H. G. (23 de octubre de 2023). La Educación Disruptiva Socioformativa y el Uso de la Tecnología para la Formación Integral y Humanista de Estudiantes Universitario. (ANUIES, Editor, y ANU) Obtenido de <http://resu.anuies.mx/ojs/index.php/resu/article/view/2654#:~:text=El%20resultado%20de muestra%20que%20el%20mejor%20modelo%20de,utilizan%20las%20Tecnolog%C3%A Das%20del%20Aprendizaje%20y%20Conocimiento%20%28TAC%29>.
- Zavaleta Bautista, A., y Dolores Flores, C. (2020). Evaluación para el aprendizaje en matemáticas: el caso de la retroalimentación. (Números 107, 9-34.) Obtenido de <https://drive.google.com/file/d/1ikYmE6sByfa95LNy5NWbfO9kgnUVyvLY/view?usp=sharing>