



**EDUCACIÓN**  
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO  
NACIONAL DE MÉXICO



## **ESTRUCTURA ALGEBRAICA**

Especialización en Aprendizaje y Enseñanza de las Ciencias Básicas,  
[EACB-0211]

**UNIDAD 5. Expresiones Algebraicas.**

**V.4 Exponentes racionales.**

## V.4 Exponentes racionales.

### Definición 6

Para cualquier exponente racional  $\left(\frac{m}{n}\right)$  donde  $m$  y  $n$  son enteros ( $n, m \in \mathbb{Z}$ ) y  $n > 0$ , se definirá cómo:

$$a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m \quad \text{o bien} \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{(a)^m}$$

Si tenemos que  $x$  es un número racional ( $x \in \mathbb{Q}$ ), entonces  $x = \left(\frac{m}{n}\right)$  donde  $m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}$  y  $n \neq 0$ .

Por lo tanto  $a^x$  se puede escribir como  $a^{\frac{m}{n}}$  donde  $m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}$  y  $n \neq 0$ . Se concluye que:

$$a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m$$

Ejemplos:

$$a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m \quad \text{para el caso} \quad 8^{\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{8}\right)^2; \quad \left(\sqrt[3]{8}\right)^2 = (8^{1/3})^2; \quad (8^{1/3})^2 = 4$$

$$a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m \quad \text{para el caso} \quad 8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{(8)^2}, \quad \sqrt[3]{(8)^2} = (8^2)^{1/3}; \quad (8^2)^{1/3} = 4$$

Encuentre el resultado de las siguiente expresión y escriba su respuesta sin usar exponentes:

$$16^{\frac{11}{6}} 16^{-\frac{5}{6}} 16^{-\frac{4}{3}}$$

Solución:

$$16^{\frac{11}{6}} 16^{-\frac{5}{6}} 16^{-\frac{4}{3}} = 16^{\left(\frac{11}{6} - \frac{5}{6} - \frac{4}{3}\right)} \quad \text{Producto de potencias de igual base}$$

$$16^{\left(\frac{11}{6} - \frac{5}{6} - \frac{4}{3}\right)} = 16^{\left(\frac{6}{6} - \frac{4}{3}\right)} \quad \text{Suma de números racionales}$$

$$16^{\left(\frac{6}{6} - \frac{4}{3}\right)} = 16^{\left(-\frac{2}{6}\right)} \quad \text{Suma de números racionales}$$

$$16^{\left(-\frac{2}{6}\right)} = 16^{\left(-\frac{1}{3}\right)} \quad \text{Simplificación de números racionales}$$

$$16^{\left(-\frac{1}{3}\right)} = \frac{1}{16^{\left(\frac{1}{3}\right)}} \quad \text{Definición 4 de potenciación}$$

$$\frac{1}{16^{\left(1/3\right)}} = \frac{1}{\sqrt[3]{16}} \quad \text{Definición 5, radicales}$$

Ejemplo:

Simplifique al máximo intentando dejar la expresión sin exponentes y sin radicales.

$$x^{-\frac{3}{4}} \left( -x^{\frac{7}{4}} + \frac{2}{\sqrt[4]{x}} \right)$$

**Solución:**

$$x^{-\frac{3}{4}} \left( -x^{\frac{7}{4}} + \frac{2}{\sqrt[4]{x}} \right) = x^{-\frac{3}{4}} \left( -x^{\frac{7}{4}} + \frac{2}{x^{\frac{1}{4}}} \right) \quad \text{Definición 5 radicales}$$

$$x^{-\frac{3}{4}} \left( -x^{\frac{7}{4}} + \frac{2}{x^{\frac{1}{4}}} \right) = x^{-\frac{3}{4}} \left( -x^{\frac{7}{4}} + 2 x^{-\frac{1}{4}} \right) \quad \text{Definición 4 potenciación}$$

$$x^{-\frac{3}{4}} \left( -x^{\frac{7}{4}} + 2 x^{-\frac{1}{4}} \right) = \left( -x^{-\frac{3}{4}} x^{\frac{7}{4}} + 2 x^{-\frac{3}{4}} x^{-\frac{1}{4}} \right) \quad \text{Propiedad distributiva de la multiplicación}$$

$$\left( -x^{-\frac{3}{4}} x^{\frac{7}{4}} + 2 x^{-\frac{3}{4}} x^{-\frac{1}{4}} \right) = \left( -x^{\frac{4}{4}} + 2 x^{-\frac{4}{4}} \right) \quad \text{Producto de potencias de igual base}$$

$$\left( -x^{\frac{4}{4}} + 2 x^{-\frac{4}{4}} \right) = -x + 2 x^{-1} \quad \text{Simplificación de números racionales}$$

$$-x + 2 x^{-1} = -x + \frac{2}{x} \quad \text{Definición 4 de potenciación}$$

## Referencias

- [1] Daniel de la Heras. 2020. Concepto de expresión algebraica. Consultado el 13 de Noviembre de 2020, de <https://www.geogebra.org/m/SZn32Aww>
- [2] Ignacio Anguera de Sojo Palerm. 2020. Exponentes Racionales. Consultado el 18 de Noviembre de 2020, de [https://www.youtube.com/watch?v=sCpVRCqkrQM&ab\\_channel=IgnacioAngueradeSojoPa](https://www.youtube.com/watch?v=sCpVRCqkrQM&ab_channel=IgnacioAngueradeSojoPa)
- [3] Pontificia Universidad Javeriana. 2020. Expresiones Algebraicas, potenciación y radicación. Consultado el 13 de Noviembre de 2020, de [http://proyectos.javerianacali.edu.co/cursos\\_virtuales/pregrado/matematicas\\_fundamentale](http://proyectos.javerianacali.edu.co/cursos_virtuales/pregrado/matematicas_fundamentale)